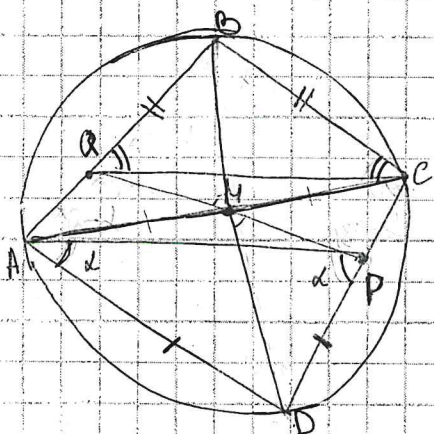


Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
135	20.03.25	Исидорин	<i>[Signature]</i>
Шифр			918009

55.



Доказательство:

~~$\triangle ABE: AB = BE \Rightarrow \triangle ABE$ - равнобедренный (сред. равнобедренного треугольника)~~

так

$\triangle QBC: QB = BC \Rightarrow \triangle QBC$ - равнобедренный по определению.

$\Rightarrow \angle BQC = \angle BCQ$ (св-во углов равнобедренного $\triangle$)

$\triangle APD: AD = DP \Rightarrow \triangle ADP$ - равнобедренный по определению.

$\Rightarrow \angle DAP = \angle APD$ (св-во углов равнобедренного $\triangle$)

Пусть $\angle DAP = \angle APD = \alpha$

$\angle D = 180 - \alpha - \alpha = 180 - 2\alpha$ (с. о сумме углов треугол.)

~~также~~ ABCD вписан в окружность ~~также~~ $180 = \angle B + \angle D$

$\angle APD$ и $\angle APC$ - смежные (опр. смеж. $\angle$)

$\Rightarrow \angle APC = 180 - \alpha$ (св-во смеж. $\angle$)

Предположим что AQCP - параллелограмм

$\Rightarrow QC \parallel AP$ (опр. парал-ма) $\Rightarrow \angle QCP + \angle APC = 180^\circ$ (св-во односторонних углов)

$\Rightarrow \angle QCP + 180 - \alpha = 180$
 $\angle QCP = \alpha$

$\Rightarrow$ так как $\angle QCP = \angle APD = \alpha$
 QC и AP - прямые
 CP - секущая $\Rightarrow QC \parallel AP$ (приз. $\parallel$ прямых по соответственным углам)

$\Rightarrow$ предположение верно, AQCP - парал-м

$QP \cap AC = M \Rightarrow T.M$ - место пересечения диагоналей парал-ма

$\Rightarrow QM = MP$ (св-во T. пересечения диагоналей парал-ма)

~~Вот:~~ Верно, что прямая

на все случаи
рассмотрим

1/2/3/4/5
7/0/0/2/4

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			918309

Продолжение №5.

$$\left. \begin{aligned} \angle B &= 180 - 2\angle BQC \\ \angle D &= 180 - 2\angle d \end{aligned} \right\} \Rightarrow 180 - 2\angle BQC + 180 - 2\angle d = 180$$

$$-2(\angle BQC + \angle d) = -180$$

$$\angle BQC + \angle d = 90 \Rightarrow \angle BQC = 90 - d$$

$$\Rightarrow \angle AQC \text{ и } \angle CQB - \text{смежные} \Rightarrow \angle AQC = 180 - 90 + d$$

(сб-во смеж. $\angle$)

$$\Rightarrow \angle AQC = 90 + d$$

$$\angle QAP = \angle QCP \text{ (сб-во против-угол парал-ли)}$$

$$\Rightarrow 90 - d = d$$

$$90 = 2d$$

$$d = 45^\circ$$

$$AM = MC \Rightarrow M \text{ центр окружн.}$$

$$\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ \text{ (акс. и з. ~~прям~~ угол.)} \Rightarrow BD - \text{диаметр}$$

$\Rightarrow BD$ - проходит через точку M . $\Rightarrow$ диаметр QP перпендику.

Ответ: Верно, что прямая BD делит PQ перпендику.

№4.

$$x^2 + px - \frac{1}{2p^2}$$

$$D = p^2 + 4 \cdot \frac{1}{2p^2} = p^2 + \frac{2}{p^2}$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{\frac{p^4 + 2}{p^2}}$$

Приведем к общему знаменателю

$$\frac{p^2 \cdot p^2 + 2}{p^2} = \frac{p^4 + 2}{p^2}$$

$$x_1 = \frac{-p + \sqrt{\frac{p^4 + 2}{p^2}}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-p - \sqrt{\frac{p^4 + 2}{p^2}}}{2}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Продолжение БЧ.

Тогда подставим x_1 и x_2 в $x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \sqrt{2}$

$$\left(\frac{-p + \sqrt{\frac{p^4 + 2}{p^2}}}{2} \right)^4 + \left(\frac{-p - \sqrt{\frac{p^4 + 2}{p^2}}}{2} \right)^4 \geq 2 + \sqrt{2}$$

Если $p \neq 0$, то при любом p неравенство будет выполняться. Это можно проверить подставив любое p .

к примеру $p=1$ и $p=-1$.

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{\frac{1+2}{1}}}{2} \right)^4 + \left(\frac{-1 - \sqrt{\frac{1+2}{1}}}{2} \right)^4 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \right)^4 + \left(\frac{-1 - \sqrt{3}}{2} \right)^4 \geq 2 + \sqrt{2}$$

Это будет примерно: $(0,35)^4 + (-1,3)^4 \geq 2 + \sqrt{2}$
 $\Rightarrow$ неравенство выполняется.

$$\left(\frac{1 + \sqrt{\frac{1+2}{1}}}{2} \right)^4 + \left(\frac{1 - \sqrt{\frac{1+2}{1}}}{2} \right)^4 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{1 + \sqrt{3}}{2} \right)^4 + \left(\frac{1 - \sqrt{3}}{2} \right)^4 \geq 2 + \sqrt{2}$$

Это будет примерно: $(1,3)^4 + (-0,35)^4 \geq 2 + \sqrt{2} \Rightarrow$
неравенство выполняется

Так как степень ~~положительная~~ ^{четная} знак p не важен для выполнения неравенства.

Б2.

Если $a \geq 1, b \geq 2, c \geq 3$ и при этом выполняется равенство $a^2 + b^2 + c^2 \geq 21$

$\Rightarrow$ методом подбора можно определить минимальное допустимое значение приравненное a, b, c .

Равенство выполняется если:

20

05

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Продолжение З2.

$$a = 1$$

$$b = 2$$

$$c = 4$$

$$\Rightarrow 1^2 + 2^2 + 4^2 \geq 21$$

$$1 + 4 + 16 \geq 21$$

$$21 \geq 21 \text{ - верно}$$

Если выполнялось первое неравенство, следовательно подставим во второе:

$$a + b + c \geq 4$$

$$1 + 2 + 4 \geq 4 \Rightarrow 7 \geq 4 \text{ - верно}$$

$$\Rightarrow a + b + c \geq 4 \text{ - выполняется.}$$

З1.

$$x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy$$

$$x^2 - \frac{10}{3}xy + y^2 = 0$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{5}{3}xy + \frac{25}{9}y^2 - \frac{25}{9}y^2 + y^2 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{3}y\right)^2 - \frac{25}{9}y^2 + y^2 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{3}y\right)^2 - \frac{16}{9}y^2 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{3}y - \frac{4}{3}y\right)\left(x - \frac{5}{3}y + \frac{4}{3}y\right) = 0$$

$$x - \frac{5}{3}y - \frac{4}{3}y = 0$$

$$x - \frac{5}{3}y + \frac{4}{3}y = 0$$

$$x - \frac{9}{3}y = 0$$

$$x - \frac{1}{3}y = 0$$

$$x = 3y$$

$$x = \frac{1}{3}y$$

из условия $x > y$ этот
корень не подходит

$\Rightarrow$

70



Открытая региональная
межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

Продолжение § 1.

в $\frac{x+y}{x-y}$ подставим $x=3y$

$$\Rightarrow \frac{3y+y}{3y-y} = \frac{4y}{2y} = 2$$

