Место для скобы

Шифр 52Ф-11-36

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
74			

Задание 1. Поймем как располагается трапеция относительно линзы: если бы отрезок BC лежал где-то на фокусе мы бы не получили изображения (оно было бы разорвано)

Значит возможны 2 варианта:
- получаем действительное изобр.
- получаем мнимое изобр.

Но для нашей задачи оба этих варианта эквивалентны (площади получ. трапеций отличаться не будут)

Пусть d_{AD} f_{AD} - расстояние от линзы до предмета \ изображения отрезка AD а h_{AD} его высота

аналогично d_{BC}, f_{BC} и h_{BC}

Высота отрезков увеличится на в Γ раз

и расстояние между ними так же увеличится

$\Gamma = \frac{f}{d_n}$ тогда из условия даны Γ_{AD}, Γ_{BC}

$\Gamma_1 = \Gamma_{AD} = \frac{f_{AD}}{d_{AB}}$ $\Rightarrow$ $f_{AD} = 1{,}2 \cdot d_{AB}$ и $f_{BC} = \Gamma_2 \cdot d_{BC} = 4 d_{BC}$

Тогда высота трапеции-изображения есть $H_u = f_{BC} - f_{AD} =$
$= \cancel{1{,}2 d_{AB}}\ 4 d_{BC} - 1{,}2 d_{AB}$

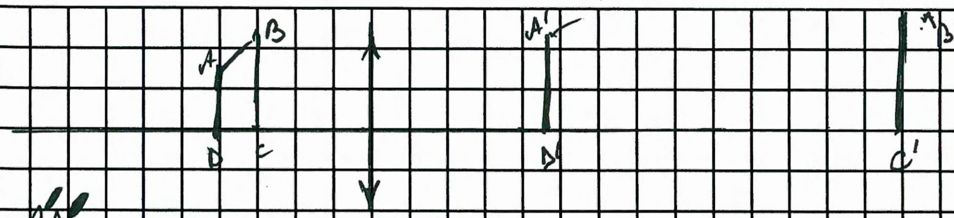
Высота трапеции-предмета $H_п = d_{AD} - d_{BC}$

$\cancel{S_{трап}} = S_п = \frac{(AD+BC)}{2} \cdot H_п =$ т.к. $\cancel{AD} BC = 2AD$

$S_п = \frac{3AD}{2}(d_{AD} - d_{BC})$

Место для скобы

Шифр 52Ф-11-36



$\frac{A'D'}{AD} = D_1$ $A'D' = 1{,}2AD$ $B'C' = 4BC = 8AD$

т.к. $BC = 2AD$

$\frac{A'D'}{B'C'} = \frac{\frac{6}{5}}{8} = \frac{3}{20}$ $A'D' = \frac{3}{20}B'C' = \frac{24}{20}AD$

используем формулы линз

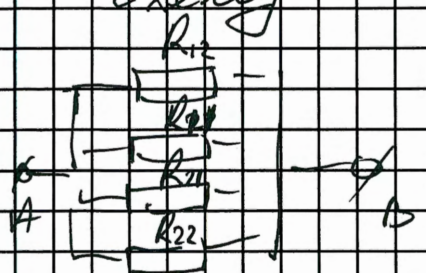
$\frac{1}{f_{AD}} + \frac{1}{d_{AD}} = \frac{1}{f_{BC}} + \frac{1}{d_{BC}}$ $\frac{11}{6}\frac{1}{d_{AD}} = \frac{5}{4}\frac{1}{d_{BC}}$ $d_{AD} = d_{BC} \cdot \frac{22}{30} \frac{15}{}$

$$\frac{S_{\kappa}}{S_{н}} = \frac{(A'D'+B'C')\cdot(4d_{BC} - 1{,}2d_{AD})}{3AD\left(1-\frac{15}{22}\right)d_{AD}} = \frac{\frac{23\cdot 8}{20}\cdot\frac{84}{55}d_{AD}\cdot AD}{3AD\frac{7}{22}\cdot d_{AD}} = 14{,}72$$

Ответ: $k = 14{,}72$

Задание 4.

Нарисуем схему

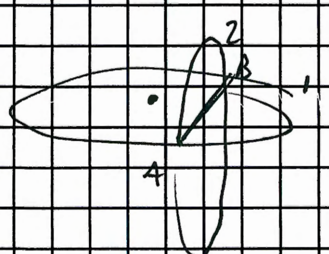


Эквивалентная схема этим соед. кольцам есть подключение параллельно 4-х резисторов

$R = \rho_{уд}\frac{L}{S}$ т.к. $\rho_{уд}$ и S – const для колец то $R \sim L$, а $L \sim \varphi$ где φ – угол центральный угол.

тогда для кольца 1 $R_{11} = \frac{2}{3}R_0$ а $R_{12} = \frac{1}{3}R_0$

(если R_0 – сопр. всего кольца)



т.к. два кольца опираются на одну хорду AB то и угол φ на дугу будет такой же, значит

$R_{21} = \frac{2}{3}R_0$ $R_{11} = \frac{1}{3}R_0$

Посчитаем эквив сопротивление схемы.

$\cancel{R_{экв}}$ $R_{1211} = \dfrac{R_0 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = R_0 \cdot \dfrac{2}{9}$ т.к. $R_{2122} = R_{1211}$

и $R_{экв} = R_0 \dfrac{1}{9}$

получим отношение для ответа $\dfrac{R_{экв}}{R_{2122}} = \dfrac{R_0 \cdot \frac{1}{9}}{R_0 \cdot \frac{2}{9}} = \dfrac{1}{2}$

Ответ $\eta = 0{,}5$

Задание 5.

Дано:

$S = 100 см^2$

$H = 1 см$

$d = 2 мм$

$\varepsilon = 4$

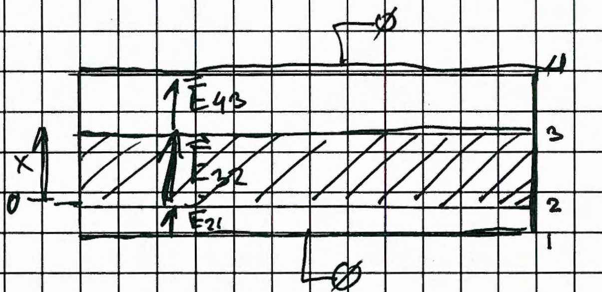
$U_0 = 200 кВ$

$V_k = 25 см^3$

$E_k = 20 кВ/мм$

X_0 - ?

Решение:



В 3-х областях 3-и вектора $\vec{E}$

Вектора $\vec{E}_{43} = \vec{E}_{21}$

т.к. между 2 и 1; 4 и 3 нет диэлектрика и их ε совпадают и равны 1

пусть тогда $E_{43} = E_{21} = E_0$

тогда $E_{32} = \dfrac{E_0}{\varepsilon}$

А напряж прилож. к системе

$U_0 = U_{12} + U_{43} + U_{23} = E_0 (H - x) + \dfrac{E_0}{\varepsilon} \cdot x$ где x — высота 3 над 2

т.к. критическое значение для пробоя $E_k = 20 кВ/мм$ оно в этот момент будет являться E_{32}

значит $E_0 = E_{32} \cdot \varepsilon = E_k \cdot \varepsilon$

выразим x $\dfrac{U_0}{E_0} - H = \left(\dfrac{x}{\varepsilon} - x\right)$ $\cancel{\dfrac{U_0}{E_k \varepsilon} \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$ $\left(\dfrac{U_0}{E_k \varepsilon} + H\right) \cancel{\dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}} \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} = \cancel{X}$

Место для скобы

Шифр 52Ф-11-36

Тогда величина изначальной высоты есть:

$$X_0 = \frac{V_н - V_к}{S} \quad где \quad V = S\cdot X$$

$$X_0 = X - \frac{V_к}{S} = \left(1 - \frac{400}{20\cdot 10\cdot 4}\right)\frac{4}{3} - \frac{25}{100} =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8-3}{12} = \frac{5}{12} \text{ см}$$

20 б

Ответ: $X_0 = \frac{5}{12}$ см

Задание 3.

Дано:

$m_1 = 3$ кг

$m_2 = 4$ кг

$m_A = 1$ кг

$T_1 = 10^\circ C$

$c_в = 4200 \frac{Дж}{кг\cdot C^\circ}$

$c_A = 900 \frac{Дж}{кг\cdot C^\circ}$

$N = 20$

$\Delta T = 5^\circ C$

$T_2 - ?$

Решение:

Запишем ~~то, как~~ 2 цикла и то как в них передается тепло

пусть $a = m_A c_A$ $\quad b_1 = m_1 c_в$ $\quad b_2 = m_2 c_в$

тогда
1) $a(T_2 - T_{к1}) = b_1(T_{к1} - T_1)$
2) $a(T_{к2} - T_{к1}) = b_2(T_2 - T_{к2})$
3) $a(T_{к2} - T_{к3}) = b_1(T_{к3} - T_{к1})$
4) $a(T_{к4} - T_{к3}) = b_2(T_{к2} - T_{к4})$

⋮

~~это~~ то 2 на один цикл

вычтем из 1-2 и из 3-4

$$\begin{cases} a(T_2 - T_{к2}) = b_1(T_{к1} - T_1) + b_2(T_{к2} - T_2) \\ a(T_{к2} - T_{к4}) = b_1(T_{к3} - T_{к1}) + b_2(T_{к4} - T_{к2}) \end{cases}$$ и сложим их

$$\cancel{a(T_2 - T_{к4}) = b_1(T_{к3} - T_1) + b_2(T_{к4} - T_{к2})}$$

$$\rightarrow a(T_2 - T_{к4}) = b_1(T_{к3} - T_1) + b_2(T_{к4} - T_2)$$

это уравнение справедливо для каждой пары послед. циклов. если мы запишем его для каждой ~~из~~ послед. пары и сложим, то промежут. значения сократятся и останутся лишь конечные.

10 баллов

Место для скобы

Шифр 52Ф-11-36

$$a(T_2 - T_{02}) = b_1(T_{01} - T_1) + b_2(T_{02} - T_2)$$

где T_{01} – конечная темпер. калориметра 1
а T_{02} – второго

и по условию $\Delta T = T_{02} - T_{01}$

Задание 2.

Дано:

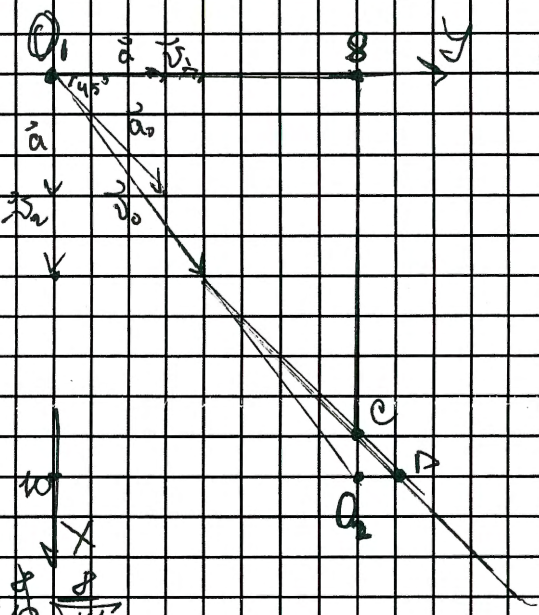
$v_1 = 8$ миль/час

$v_2 = 10$ миль/час

$a_{min} - ?$

Решение:

Перейдем в систему отсчета 2-го корабля, тогда изобразим векторы a_0 и $\vec{v}_0$ для 1-ого



и $\vec{S} = \vec{v}_0 t + \vec{a}\frac{t^2}{2}$

Точки пересечения C, D есть точки когда корабли находятся на горизонт. или вертикальных линиях

Нужно, чтобы O_2C или O_2D было больше 1 мили.

Введем систему координат в т. O_1

координаты $O_2(10; 8)$

угол α – угол v_0 с y

тогда $\cos\alpha = \frac{v_1}{v_2} = \frac{8}{10}\ \frac{8}{\sqrt{164}}$

$\sin\alpha = \frac{10}{\sqrt{164}}$

тогда т.к. точка C для нас должна иметь координату 8 по y, то

$$v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t + a_0 \cos 45° \cdot \frac{t^2}{2} = 8 = v_1 t + a\frac{t^2}{2}$$

и $X = v_2 t + a\frac{t^2}{2}$

отсюда найдем время

$$t^2 + \frac{2v_1}{a} t - \frac{16}{a} = 0 \qquad D = \frac{4v_1^2}{a^2} + \frac{64}{a}$$

$$t = \frac{-\frac{v_1}{a} + \sqrt{\frac{v_1^2}{a^2} + \frac{16}{a}}}{1}$$

Расстояние же между C и O_2 есть $10 - X$

место для скобы

Шифр 52Ф-11-36

48

и $|10-x|>1$ 16а

из выраж времени x будет:

$$x=\left(-\frac{v_1}{a}+\sqrt{\frac{v_1^2}{a^2}+\frac{16}{a}}\right)\cdot\left(v_2+\frac{-v_1+\sqrt{v_1^2+16a}}{2}\right)$$

$$\left[\begin{array}{l} x>11 \\ x<9 \end{array}\right.$$

если 2-ой корабль первый приходит в точку (0,8)

то $x>11$

а в этом случае может стремиться к 0; тогда x точно будет больше 11

Теперь рассмотрим точку пересечения $\triangle$

аналогично координаты

$$\begin{cases} 10=v_2t+a\frac{t^2}{2} \\ y=v_1t+a\frac{t^2}{2} \end{cases} \qquad t=\frac{-\frac{v_2}{a}+\sqrt{\frac{v_2^2}{a^2}+\frac{20}{a}}}{1}$$

аналогичная ситуация

тогда $y=\left(-\frac{v_2}{a}+\sqrt{\frac{v_2^2}{a^2}+\frac{20}{a}}\right)\left(v_1+\frac{-v_2+\sqrt{v_2^2+20a}}{2}\right)$

и т.к. по условию 2ой корабль не врезался в точке, то $y<7$

теперь необходимо мин. a, при котором y будет <7