

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
13		Емельянов	Ему
Шифр			010106

$$3) \frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_{2025}}}$$

1	2	3	4	5	Σ
6	-7	-	-	-	13

$a_1 = 25$ ,  $a_2, a_3, \dots, a_{2025} = 625$  - арифметическая прогрессия.

умножим <sup>обе части</sup> всех дробей на соответствующие знаменатели.

$$\frac{\sqrt{a_1} - \sqrt{a_2}}{a_1 - a_2} + \frac{\sqrt{a_2} - \sqrt{a_3}}{a_2 - a_3} + \dots + \frac{\sqrt{a_{2024}} - \sqrt{a_{2025}}}{a_{2024} - a_{2025}}$$

$$a_{n+1} = a_n + k \Rightarrow a_n - a_{n+1} = -k, \text{ т.е. все знаменатели равны } -k$$

$$a_{n+z} = a_n + zk \quad k = \frac{a_{n+z} - a_n}{z}$$

$$\frac{-\sqrt{a_1} - \sqrt{a_2} + \sqrt{a_2} - \sqrt{a_3} + \dots + \sqrt{a_{2024}} - \sqrt{a_{2025}}}{-k}$$

В числителе сократятся все кроме первого и последнего члена.

$$\frac{\sqrt{a_1} - \sqrt{a_{2025}}}{-k} = \frac{\sqrt{25} - \sqrt{625}}{-\left(\frac{a_{2025} - a_1}{2024}\right)} = \frac{(5 - 25) \cdot 2024}{-(625 - 25)}$$

$$= \frac{-20 \cdot 2024}{-600} = + \frac{20 \cdot 2024}{20 \cdot 30} = + \frac{2024}{30} = + \frac{1012}{15}$$

$$= 67 \frac{7}{15}$$

ответ:  $67 \frac{7}{15}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

048106

$$2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + xz) \geq 0 \quad \text{, так}$$

$$(x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2xz + z^2) + (y^2 - 2yz + z^2) =$$

$$= (x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2$$

Поэтому. Выразим  $75 + 2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz) \geq 75$  ?  
 как связаны  $a, b, c \in x, y, z$  ?  
 ответ: 75

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

$$1.) (10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$$

минимальная сумма всех выражений в скобках:

$$10 + 2 + 3 + a - b + b - c + c - a = 15$$

приравняем все выражения к  $\frac{15}{3}$ , т.е. 5

$$a = 0$$

$$b = 5$$

$$c = 2$$

$$(10-5)^2 + (2+5-2)^2 + (3+2-0)^2 = 5^2 \cdot 3$$

Далее мы можем менять числа  $a, b, c$  на любые числа  $x, y, z$ . Если принять  $a = a+x$   $x=0$  и т.д., можем записать числа в виде:

$$a+x=0$$

$$b+y=5$$

$$c+z=2$$

примем:

$$x=0$$

$$y=0$$

$$z=0$$

Теперь уменьшение значения выражения ~~зависит~~

$$5^2 + 5^2 + 5^2 = 75$$

~~зависит~~ зависит от переменных  $x, y, z$ .

$$\begin{aligned} & (10+(a+x)-(b+y))^2 + (2+(b+y)-(c+z))^2 + (3+(c+z)-(a+x))^2 = \\ & = (5+x-y)^2 + (5+y-z)^2 + (5+z-x)^2 = \\ & = 25 + x^2 + y^2 + 75 + 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + xz) \end{aligned}$$