

Шифр

08333

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
140	22.03.24	Глушенин	

№1

$$\frac{12}{5} \frac{3}{4} \frac{4}{5} = \frac{6}{5} \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{5} = \frac{36}{25}$$

Доказать, что $3^{4046} - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + 5^{2023}$ является составным.

$$3^{4046} - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + 5^{2023} = (3^{2023})^2 - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + 5^{2023}$$

$$+ 2 \cdot 3^{2023} \cdot 5^{1012} + (5^{1012})^2 =$$

$$= (3^{2023} + 5^{1012})^2 - (3^{1012} \cdot 5)^2 =$$

$$= (3^{2023})^2 + 2 \cdot 3^{2023} \cdot 5^{1012} + (5^{1012})^2 - 3 \cdot 3^{1012} \cdot 5 =$$

$$= (3^{2023} + 5^{1012})^2 - 3^{2024} \cdot 5^{1012} = (3^{2023} + 5^{1012})^2 - (3^{1012} \cdot 506)^2 =$$

$$= (3^{2023} + 5^{1012} - 3^{1012} \cdot 506) (3^{2023} + 5^{1012} + 3^{1012} \cdot 506)$$

То есть число имеет не менее двух множителей помимо себя, то есть является составным.

Ответ: число составное.

60

$\sqrt{2}$

$$x^4 - 2\sqrt{13} \cdot x^2 + x + 13 - \sqrt{13} = 0$$

$$(x^4 - 2\sqrt{13}x^2 + 13) + x - \sqrt{13} = 0$$

$$(x^2 - \sqrt{13})^2 + x - \sqrt{13} = 0$$

00

3

$$g + g = g_{0,3}$$

$$c \quad c \quad c_{0,2}$$

$$x \quad y \quad x+y$$

$$g + c = g_{0,2}$$

$$c + 1 = c_{0,8}$$

$$x \quad x+1$$

$$g + c = g_{0,2}$$

$$c \quad 1 \quad c_{0,8}$$

$$y \quad y+1$$

$$a_g = 0,2 (g+1)$$

$$a_y = 0,2 (y+0,2)$$

$$b_x = 0,2 (x+1)$$

$$b_c = 0,2 (x+0,2)$$

$$a_x + b_g = 0,3 (x+y)$$

$$a_y + b_g = 0,2x + 0,35$$

$$0,2g + 0,2 + 0,2x + 0,2 = 0,3x + 0,34$$

$$0,2g + 0,4 + 0,2x = 0,3x + 0,4$$

$$0,4 = 0,1x + 0,1g$$

$$2c + g = 4$$

$$0,3g = 1,2 - g$$

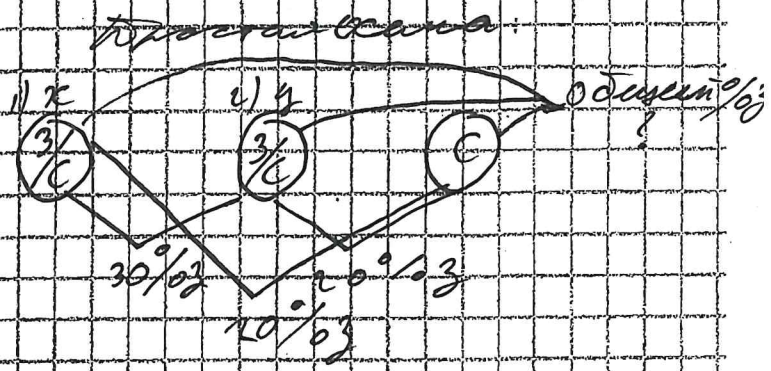
$$0,7g = 1,2 - c$$

$a_{1c} + b_g = 1,2 - 3$ зарплата в среднем + среднее

$$\begin{matrix} g & 1,2 \\ c & 2,8 \end{matrix} + c = c_{3,0} \Rightarrow 0,1g$$

$$\frac{3,4}{5} = 0,76 = 76\% \text{ зарплата}; \frac{1,2}{5} = 0,24 = 24\% \text{ средняя}$$

В колбе в среднем будет 24% зарплата и 76% средняя
Ответ: зарплата 24%



Обозначим x зарплата, а c средняя

40

✓ 4

$$1) 0 < a < \frac{1}{2}, 0 < b < \frac{1}{2}$$

(10)

$$2) b^2 - a^2 > b - a$$

$$b^2 - a^2 > b - a \rightarrow (b - a)(b + a) > b - a \quad | : (b - a)$$

$$b^3 - a^3 > b - a \quad b + a > 1$$

$$(b - a)(b^2 + ab + a^2) > b - a \quad | : (b - a)$$

$$b^2 + ab + a^2 > 1$$

$$b^2 + ab + a^2 - ab + ab + a^2 > 1$$

$$(b + a)^2 - ab > 1$$

$$(b + a) > 1 \quad \text{по условию ?}$$

$$0 < a < \frac{1}{2} \quad 0 < b < \frac{1}{2} \Rightarrow \text{произведение}$$

знаков не может быть больше единицы

