

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
| 14         |      | Евсеева     | Евсеев  |
| Шифр       |      |             | 2002    |

|   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ  |
| 6 | 2 | 3 | 3 |   | 14 |

N 1

$$x^2 + y^2 = 3\frac{1}{3}xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = x^2 - 1\frac{1}{3}xy$$

$$(x-y)^2 = \frac{4}{3}xy$$

м.к.  $x > y$ , сократим без корней:

$$x-y = \frac{2\sqrt{xy}}{\sqrt{3}}$$

$$x+y = \frac{4\sqrt{xy}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{\frac{4\sqrt{xy} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}}}{\frac{2\sqrt{xy}}{\sqrt{3}}} = \frac{4}{2} = 2.$$

N 2

Пусть  $a+b+c < 7$ . Тогда, тогда  $a^2+b^2+c^2$  было  
максимальным, если придется приравнять  $a=1, b=3$ ,  
а  $c$  увеличить в  $n$  раз, тогда  $a^2+b^2+c^2 \geq 21$  выполняется,  
 $a+b+c=6, (9)$ . Тогда  $a^2+b^2+c^2 \geq 21$  выполняется,  
нужно тогда  $c^2 = 21 - 1^2 - 2^2 = 16$ . Но если  $a+b+c < 7$ ,  
то если  $a+b+c=6, (9)$ , то  $c=6, (9) - 1 - 2 = 3, (9)$  - макси-  
мальное значение. Но для  $c^2=16$  нужно  
тогда  $c=4$ . Но в таком случае  $a+b+c=7$ .  
Противоречие. не доказано!

N 3

$$a_n = 1 + \frac{2}{n} = \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 + 2n^3 - 2n - 1}{n^4} = \frac{(n^4-1) + (2n^3-2n)}{n^4} = \frac{(n^2-1) \cdot 2n + (n^2-1)(n^2-1)}{n^4} =$$

$$= \frac{(n+1)^2(n^2-1)}{n^4} = \frac{(n+1)^3(n-1)}{n^4}$$

$$a_2 = \frac{27}{16}$$

$$a_2 \cdot a_3 = 2\frac{2}{3}$$

$$a_3 = \frac{128}{81}$$

$$(a_2 \cdot a_3) \cdot a_4 = \frac{225}{32} = 3\frac{29}{32}$$

$$a_4 = \frac{375}{256}$$

$$(a_2 \cdot a_3 \cdot a_4) \cdot a_5 = 5\frac{2}{5}$$

$$a_5 = \frac{864}{625}$$

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |

Шифр

143302

№ 4

Пусть  $p=1$  — ? *при этом  $p$  был только за счет  
выражения*

$$x^2 + x - \frac{1}{2} = 0$$

$$D = (\sqrt{3})^2$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$$

$$a = x_1^2$$

$$= \frac{(1 + \sqrt{3} - 1)^2}{4}$$

$$= \frac{(1 + \sqrt{3} - 1)^2}{4}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$$

$$b = x_2^2$$

$$= \frac{(-1 - \sqrt{3} + 1)^2}{4}$$

$$= \frac{(-1 - \sqrt{3} + 1)^2}{4}$$

$$a^2 + b^2 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\frac{(1 + \sqrt{3} - 1)^4}{16} + \frac{(-1 - \sqrt{3} + 1)^4}{16} \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$(1 + \sqrt{3} - 1)^4 + (-1 - \sqrt{3} + 1)^4 \geq 32 + 16\sqrt{2}$$

$$28 + 16\sqrt{3} + 28 - 16\sqrt{3} \geq 32 + 16\sqrt{2}$$

$$56 \geq 32 + 16\sqrt{2}$$

$$24 \geq 16\sqrt{2}$$

$$16\sqrt{2} \approx 22,56$$

$$24 \geq 16\sqrt{2}$$

Верно