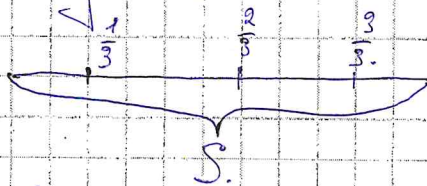


| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись          |
|------------|------|-------------|------------------|
| 48         |      |             | <i>Александр</i> |
| Шифр       |      |             | 920323           |

Задача 1.



Антон

$$\frac{1}{3} : \frac{S}{3} = \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$\frac{2}{3} : \frac{S}{3} = \sigma_0 t_2$$

$$\frac{3}{3} : \frac{S}{3} = \sigma_0 t_3 - \frac{1}{2} a t_3^2$$

общее время Антона

$$t_A = t_1 + t_2 + t_3$$

$$\Delta t = T_B - T_A = \left( \frac{3\sqrt{2}}{2} - \sqrt{\frac{17}{\sigma}} \right) \sqrt{\frac{3}{a}} = \frac{(9\sqrt{2} - 2\sqrt{17}) \sqrt{3}}{6}$$

Борис:

$$\frac{1}{3} : \frac{t_B}{3} \text{ с ускорением } a \Rightarrow \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{t_B}{3} \text{ с постоянной скоростью } \sigma$$

$$\frac{3}{3} : \frac{t_B}{3} \text{ с замедлением } a$$

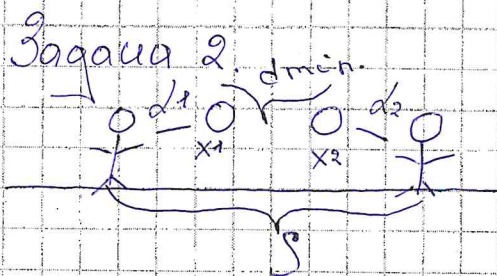
Общее расстояние Бориса:

$$S = \frac{1}{2} a \left( \frac{t_B}{3} \right)^2 + \sigma \frac{t_B}{3} + \left( \sigma \frac{t_B}{3} - \frac{1}{2} a \left( \frac{t_B}{3} \right)^2 \right)$$

Сравнивая времена, можно увидеть, что Борис придет к финишу первым, так как его стратегия более эффективна.

Ответ: Борис придет первым, обгонит Антона на время  $\Delta t$ .  $\Delta t = \frac{9\sqrt{2} - 2\sqrt{17}}{6} \sqrt{\frac{3}{a}}$





Моник 1.

$$y_1 = x \tan \varphi_1 - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi_1}$$

Моник 2.

$$y_2 = (S - x) \tan \varphi_2 - \frac{g (S - x)^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi_2}$$

Расстояние между мониками.

Расстояние по горизонтали.

$$\Delta x = x - (S - x) = 2x - S.$$

Расстояние по вертикали:

$$\Delta y = y_1 - y_2.$$

Общее расстояние:

$$D(x) = \sqrt{(2x - S)^2 + \left( x \tan \varphi_1 - (S - x) \tan \varphi_2 - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi_1} + \frac{g (S - x)^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi_2} \right)^2}.$$

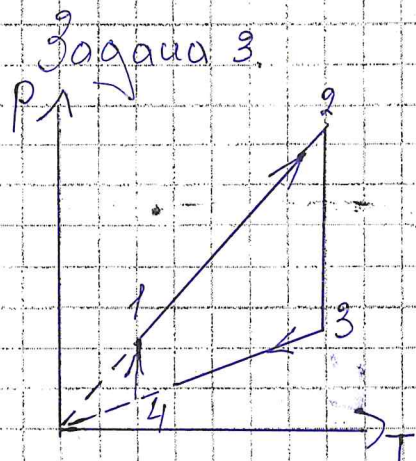
Для нахождения минимума  $D(x) \Rightarrow D^2(x)$ .

$$D^2(x) = (2x - S)^2 + \left( x \tan \varphi_1 - (S - x) \tan \varphi_2 - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi_1} + \frac{g (S - x)^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi_2} \right)^2.$$

$\frac{dD^2}{dx}$  приравняем к нулю для нахождения критической точки.

Ответ: минимальное расстояние между мониками  $d_{\min}$ .





На графике изображен циклический процесс в координатах  $P$  и  $T$ . Цикл состоит из четырех процессов: 1-2; 2-3; 3-4; 4-1.

1-2 Изохорный процесс,  $V = \text{const}$ ,  $P \uparrow$ ,  $T \uparrow$

2-3 Изобарный процесс,  $P = \text{const}$ ,  $T \uparrow$ ,  $V \uparrow$

3-4 Изохорный процесс,  $V = \text{const}$ ,  $P \downarrow$ ,  $T \downarrow$ .

4-1 Изобарный процесс,  $P = \text{const}$ ,  $T \downarrow$ ,  $V \downarrow$ .

Работа совершаемая газом за цикл равна площади, ограниченной графиком цикла  $P$ - $T$ .

$$A = (P_2 - P_1) \cdot (T_2 - T_1)$$

где  $P_1, P_2$  - давление в точках 1 и 2,

$T_1, T_2$  - температура в точках 1 и 2.

Газ получает тепло в процессах, где  $T \uparrow$  (1-2 и 2-3).

$$Q_{1-2} = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot V \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \text{ - изохорный процесс } \checkmark$$

$$Q_{2-3} = \left(\frac{5}{2}\right) \cdot V \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \text{ - изобарный процесс } \checkmark$$

$$Q_n = Q_{1-2} + Q_{2-3} = 4 \cdot V \cdot R \cdot (T_2 - T_1).$$

КПД тепловой машины определяется как отношение работы, совершаемой газом за цикл, к количеству теплоты, полученному от нагревателя.



| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |
| Шифр       |      |             |         |

Продолжение задачи 3.

$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

$$V \cdot R \cdot (T_2 - T_1), (P_2 - P_1) \cdot V_1 = V \cdot R \cdot (T_2 - T_1).$$

т.к. процесс 1-2 изохорный,  $V_1 = V_4$ , и  $(P_2 - P_1)$

$$\cdot V_4 = V \cdot R \cdot (T_2 - T_1).$$

$$\text{также } (P_2 - P_1) \cdot (T_2 - T_1) = \frac{V \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \cdot (T_2 - T_1)}{V_4}.$$

$$\text{тогда } \eta = \frac{(V \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \cdot (T_2 - T_1))}{V_4} = \frac{(T_2 - T_1)}{(4 \cdot V_4)}.$$

$$4 \cdot V \cdot R \cdot (T_2 - T_1)$$

из графика видно, что  $T_2 - T_1 = 2$  единицы,  
а  $V_4 = 1$  единица.

$$\eta = \frac{2}{(4 \cdot 1)} = 0.5.$$

Выразим КПД в процентах  $\eta = 0.5 \cdot 100\% = 50\%$

Ответ: 50%. — 15б.

Задача 4.

Из условия задачи, известно, что шарики  
положительно заряжены  $q_1, q_2, q_3$ .

Потенциал точечного заряда  $q$  на  
расстоянии  $r$  определяется формулой:

$$\varphi = \frac{k \cdot q}{r} \quad k - \text{электростатическое}$$

т.к. треугольник равносторонний,  
расстояние между двумя шариками  
одинаково, обозначим  $a$ .



| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |
| Шифр       |      |             |         |

Продолжение задачи 4.

$$\varphi_1 = \frac{k \cdot q_1}{a}$$

$$\varphi_2 = \frac{k \cdot q_2}{a}$$

$$\varphi_3 = \frac{k \cdot q_3}{a}$$

Из данных выражений можно  
найти заряды

$$q_1 = \frac{\varphi_1 \cdot a}{k}$$

$$q_2 = \frac{\varphi_2 \cdot a}{k}$$

$$q_3 = \frac{\varphi_3 \cdot a}{k}$$

Сила взаимодействия между двумя точечными  
зарядами определяется законом Кулона:

$$F = \frac{k \cdot |q_1 \cdot q_2|}{r^2}$$

$$F_{1,2} = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{a^2}$$

$$F_{1,2} = \frac{k \cdot (\varphi_1 \cdot a) \cdot (\varphi_2 \cdot a)}{a^2} = \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_2}{k}$$

$$F_{1,3} = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_3}{a^2}$$

$$F_{1,3} = \frac{k \cdot (\varphi_1 \cdot a) \cdot (\varphi_3 \cdot a)}{a^2} = \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_3}{k}$$

$$F_{1,3} = \frac{k \cdot (\varphi_1 \cdot a) \cdot (\varphi_3 \cdot a)}{a^2} = \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_3}{k}$$

$$F_{1,2}^2 = F_{1,2}^2 + F_{1,3}^2 + 2 \cdot F_{1,2} \cdot F_{1,3} \cdot \cos(60^\circ)$$

$$F^2 = \left( \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_2}{k} \right)^2 + \left( \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_3}{k} \right)^2 + 2 \cdot \left( \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_2}{k} \right) \cdot \left( \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_3}{k} \right) \cdot \left( \frac{1}{2} \right)$$

$$F^2 = \left( \frac{\varphi_1}{k} \right)^2 \cdot (\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \cdot \varphi_3)$$

$$F = \left( \frac{\varphi_1}{k} \right) \cdot \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \cdot \varphi_3}$$

Ответ: Результирующая сила  $F_1$ , с  
которой на 1 шарик действует 2-й равно.

$$F_1 = \left( \frac{\varphi_1}{k} \right) \cdot \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \cdot \varphi_3}$$

205



| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |
| Шифр       |      |             |         |

Задача 5.

Дано:

$$V = 5000 \text{ м}^3$$

$$P_1 = 110 \text{ кПа}$$

$$T_1 = 43^\circ \text{C}$$

$$\varphi_1 = 10\%$$

$$P_2 = 100 \text{ кПа}$$

$$\varphi_2 = 90\%$$

$$P_2 = 9000 \text{ Па}$$

$m = ?$

См:

$$316 \text{ К}$$

$$0,1$$

$$100000 \text{ Па}$$

Анализ и решение:

Парциальное давление

$$P_{\text{пар}1} = \varphi_1 \cdot P_{\text{нп}} =$$

$$= 0,1 \cdot 9000 \text{ Па} = 900 \text{ Па}$$

плотность сухого воздуха

можно найти используя

уравнение Менделеева -

Клапейрона.

$$\rho_{\text{сух}1} = \frac{(P_{\text{атм}} - P_{\text{пар}1}) \cdot \mu_{\text{воз}}}{(R \cdot T)}$$

где  $\mu$  - молярная масса воздуха  $0,029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

$R$  - универсальная газовая постоянная  $8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

$$\rho_{\text{сух}1} = \frac{(100000 - 900) \cdot 0,029}{(8,31 \cdot 316)} \approx 1,11 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

плотность водяного пара:

$$\rho_{\text{пар}1} = \frac{P_{\text{пар}1} \cdot \mu_{\text{вод}}}{(R \cdot T)}$$

$$\rho_{\text{пар}1} = \frac{900 \cdot 0,018}{(8,31 \cdot 316)} \approx 0,0062 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_{\text{воз}1} = \rho_{\text{сух}1} + \rho_{\text{пар}1} = 1,11 + 0,0062 \approx 1,1162 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$P_{\text{пар}2} = \varphi_2 \cdot P_{\text{нп}} = 0,9 \cdot 9000 \text{ Па} = 8100 \text{ Па}$$

Плотность сухого воздуха:

$$\rho_{\text{сух}2} = \frac{(P_{\text{атм}} - P_{\text{пар}2}) \cdot \mu_{\text{воз}}}{(R \cdot T)} = \frac{(100000 - 8100) \cdot 0,029}{(8,31 \cdot 316)}$$

$$\frac{0,029}{8,31 \cdot 316} = 1,03 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$



| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |
| Шифр       |      |             |         |

Продолжение задачи 5.

$$\rho_{\text{пара}} = \frac{p_{\text{пара}} \cdot M_{\text{воды}}}{(R \cdot T)} = \frac{8100 \cdot 0,018}{(8,31 \cdot 316)} \approx 0,056 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_{\text{возд}} = \rho_{\text{сух}} + \rho_{\text{пара}} = 1,03 + 0,056 \approx 1,086 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Сила Архимеда до изменения влажности.

$$F_1 = \rho_{\text{возд}} \cdot g \cdot V = 1,162 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 5000 \text{ м}^3 = 54693,8 \text{ Н}$$

Сила Архимеда после изменения влажности.

$$F_2 = \rho_{\text{возд}} \cdot g \cdot V = 1,086 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 5000 \text{ м}^3 \approx 53214 \text{ Н}$$

$$\rho(H) = \frac{p(H) \cdot M(H)}{(R \cdot T)} = \frac{110000 \cdot 0,002}{(8,31 \cdot 316)} \approx 0,084 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$m(H) = \rho(H) \cdot V = 0,084 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5000 \text{ м}^3 = 420 \text{ кг}$$

Вес шара с балластом до изменения.

$$P_1 = F_1 = 54693,8 \text{ Н}$$

$$P_2 = F_2 = 53214 \text{ Н}$$

$$\Delta P = P_1 - P_2 = 54693,8 - 53214 = 1479,8 \text{ Н}$$

$$\Delta m = \frac{\Delta P}{g} = \frac{1479,8}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 151 \text{ кг}$$

$$\text{Ответ: } \Delta m = 151 \text{ кг}$$

105