

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
245	17.03.25	Генурин	
Шифр			043584

1) $(a+b-c)^2 + (b+c-a)^2 + (c+a-b)^2$

$x = a-b; y = b-c; z = c-a$

$E = (x+x)^2 + (1+y)^2 + (9+z)^2$

$E = 49 + 14x + x^2 + 1 + 4y + y^2 + 81 + 18z + z^2$

$E = (x^2 + y^2 + z^2) + (14x + 4y + 18z) + 134$

$E = 2x^2 + 2y^2 + 2xy - 4x - 14y + 134$

$\frac{E}{x} = 4x + 2y - 4 = 0$

$\frac{E}{y} = 4y + 2x - 14 = 0$

$x = -1; y = 4$

$E = 2(-1)^2 + 2(4)^2 + 2(-1)(4) - 4(-1) - 14(4) + 134 = 108$

Ответ: минимальное значение равно 108.

2) $P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$

$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$

$Q(x) : x_1, x_2, x_3, x_4$

$P(x) = Q(x) \cdot D(x) + R(x)$

$R(x) = -x + 506$?

$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = R(x_1) + R(x_2) + R(x_3) + R(x_4)$

$R(x_1) + R(x_2) + R(x_3) + R(x_4) = (-x_1 + 506) + (-x_2 + 506) + (-x_3 + 506) + (-x_4 + 506)$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$?

$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 4 \cdot 506 = -(-1) + 2024 = 1 + 2024 = 2025$

Ответ: 2025.

1/2/3/4/5
5/5/3/7/4

40

Игорь одес.

50

3)

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$y^2 - 1 - 6y + 11 - \cos \frac{y^2 - 1 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$y^2 - 6y + 10 \cos \frac{y^2 + \sqrt{2}x - 5}{18} = 0$$

$$y^2 - 6y + 10 - 1 \leq 0 \quad \text{и} \quad y^2 - 6y + 11 \geq 0 \quad ?$$

$$(y-3)^2 \leq 0 \Rightarrow y = 3$$

$$y^2 - 6y + 11 \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 + 1} = 3 \Rightarrow x^2 + 1 = 9 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\cos \frac{y^2 + \sqrt{2}x - 5}{18} = 1$$

$$\cos \frac{9 + \sqrt{2}x - 5}{18} = \cos \frac{4 + \sqrt{2}x}{18} = 1$$

$$\frac{4 + \sqrt{2}x}{18} = 2\pi$$

$$4 + \sqrt{2}x = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}$$

$$x = -2\sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: } -2\sqrt{2}$$

y - ?

30

Косинус-
решение

4)

$$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 x_2 \dots x_n$$

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$$

$$\frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}}{n} \geq \sqrt[n]{x_1^{n-1} x_2^{n-1} \dots x_n^{n-1}}$$

$$\frac{x_1 x_2 \dots x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1^{n-1} x_2^{n-1} \dots x_n^{n-1}}$$

$$\sqrt[n]{x_1^{n-1} x_2^{n-1} \dots x_n^{n-1}} = (x_1 x_2 \dots x_n)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$\frac{x_1 x_2 \dots x_n}{n} \geq (x_1 x_2 \dots x_n)^{\frac{n-1}{n}}$$

70

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\frac{p}{n} \geq p^{\frac{n-1}{n}} \quad (x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1)$$

$$p^{\frac{1}{n}} \geq n \quad \frac{(x_1 - n + 1) + (x_2 - n + 1) + \dots + (x_n - n + 1)}{n} \geq \sqrt[n]{(x_1 - n + 1) \dots (x_n - n + 1)}$$

$$p \geq n^n \quad \frac{(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1)}{(x_1 - n + 1)}$$

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n - n(n-1)}{n} \geq \sqrt[n]{(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1)}$$

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} - (n-1) \geq \sqrt[n]{(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1)}$$

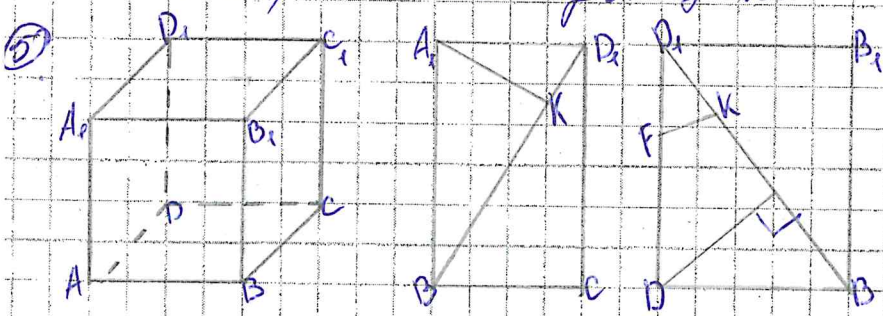
$$1 \geq \sqrt[n]{(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1)}$$

$$1 \geq (x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$$

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$$

Ответ: Неравенство доказано

✓



а - плоскость BDD_1B_1

$AC \perp a$, т.к. BD и BB_1

$AC \perp BD$ диаг. куб

$BB_1 \perp \text{пл. } ABCD \Rightarrow BB_1 \perp \text{пл. } AC$

$A_1B \parallel CD_1$

$\beta = A_1BCD_1$

$$\cos = \frac{\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta}{|\vec{n}_\alpha| |\vec{n}_\beta|}$$

$$\vec{A_1C} = (1, 1, 0) \quad \vec{n}_\alpha = (1, 1, 0)$$

$$\vec{CD_1} = (0, 1, 1) \quad \vec{n}_\beta = (1, 0, -1)$$

$$\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-1) = 1$$

$$|\vec{n}_\alpha| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$$

$$|\vec{n}_\beta| = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\cos = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\arccos = \left(\frac{1}{2}\right) = 60^\circ$$

Ответ: 60°

40