**МАТЕМАТИКА (10 класс)**

**Заключительный этап**

**Вариант 1**

1. Решите в целых числах уравнение

**Ответ:, ,,.**

**Решение:** Выразим из этого уравнения :

Следовательно, числоявляется делителем числа 12 и при этом .

Для числа 12 делителями являются числа , но условиям, что в итоге будут удовлетворять:

1. Для некоторого выполняются равенства

 и ,

где и ⎯ рациональные числа.

Докажите, что также является рациональным числом.

 **Доказательство:** Перемножив равенства, получим

, то есть

.

Преобразуем левую часть и приравняем к правой части:

 Если  *,* то⎯ рациональное число.

 Если  *,* то⎯ при

 Следовательно, ⎯ ⎯ рациональное число.

1. Докажите, что для любых положительных чисел выполняется неравенство

 **Доказательство:** Прибавив к обеим частям неравенства число 3, получим

 Используя, неравенство о средполучим

1. Докажите, что для корней многочлена и любого ненулевого значения выполняется неравенство

**Доказательство:** Используя теорему Виета , и неравенство о средних, получим

1. Треугольник вписан в окружность радиуса . Биссектрисы внутреннего и внешнего угла пересекают прямую в точках и соответственно, при этом. Докажите, что

**Решение:**

****

Пусть точки на прямой расположены в указанном порядке (случай расположения ), тогдаи

Так как угол *⎯* тупой, то центр описанной окружности лежит вне этого треугольника. Пусть *⎯* диаметр этой окружности. Тогда

*,*

 *и* противоположные углы вписанного четырехугольника *.* Поэтому *,* что и требовалось доказать.

**Критерии оценивания приведены в таблице:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Критерии оценивания одной задачи. Максимальный балл по билету – 35. |
| **7** | Полное обоснованное решение. |
| **6** | Обоснованное решение с несущественными недочетами. |
| **5-6** | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| **4** | Задача в большей степени решена, чем не решена, например, верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев.  |
| **2-3** | Задача не решена, но приведены формулы, чертежи, соображения или доказаны некоторые вспомогательные утверждения, имеющие отношение к решению задачи. |
| **1** | Задача не решена, но предпринята попытка решения, рассмотрены, например, отдельные (частные) случаи при отсутствии решения или при ошибочном решении.  |
| **0** | Решение отсутствует, либо решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. |