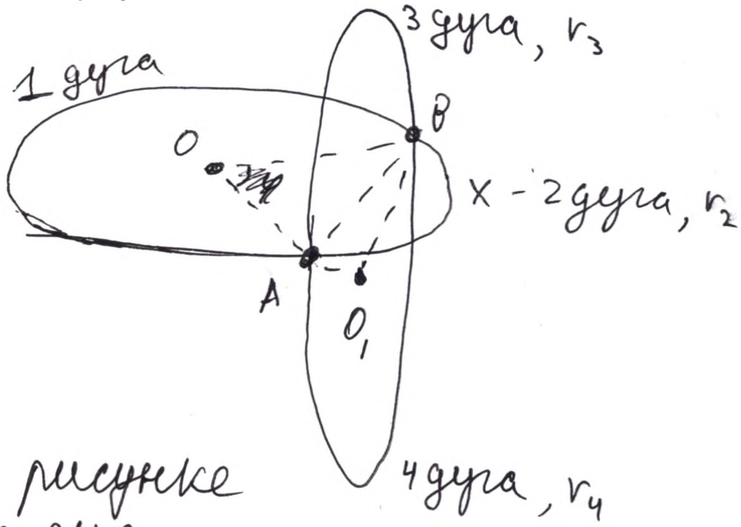
Место для скобы

Шифр Ф-31

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

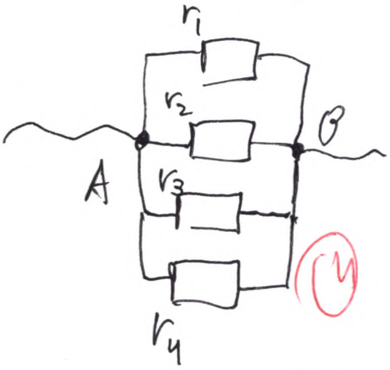
Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
54б Пятьдесят четыре балла	17.03.24	Постникова Е.И.	

№4 (начало)



Наименования дуг на рисунке ~~...~~ и их сопр тоже на рис.

Эквивалентная схема при подключ ~~к~~ к источника к точка A и B:



1

тогда сопротивления участка AB:

$$R_{AB}=\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\frac{1}{r_4}\right)^{-1}$$ 2

пусть r_0 – сопротив. одного кольца

$r_0=\rho\frac{L}{S}=\alpha L=\alpha\cdot 2\pi r$, где $\alpha=\frac{\rho}{S}$ 2

тогда $r_1=\alpha\cdot 2\pi r(1-x)=\alpha\cdot\frac{2\pi r\cdot 3}{4}=\frac{3}{2}\alpha\pi r$ 2

$r_2=\cancel{\alpha\cdot 2\pi r}\ \alpha\cdot 2\pi r x=\frac{1}{2}\alpha\pi r$

$\triangle OAB=\triangle AO_1B$ (одинак. рад. и общая сторона AB) т.е по 3 сторонам $\rightarrow$ ~~∠OAB =~~ $\angle AOB=\angle AO_1B=90^\circ$

(т.к ~~...~~ $\angle AOB$ опир. на дугу ~~...~~ $x=\frac{1}{4}$ длины окр)

№4 (конец)

Тогда ~~$r_3 = r_2$~~ $\Rightarrow r_3 = r_2 = \frac{1}{2}\alpha\pi r$ (длина дуги 3 равна дуге 2)

и $r_1 = r_4 = \frac{3}{2}\alpha\pi r$

2

Тогда $R_{AB} = \left(\frac{2}{\frac{3}{2}\alpha\pi r} + \frac{2}{\frac{1}{2}\alpha\pi r}\right)^{-1} = 4\alpha\pi r\left(\frac{1}{3}+1\right) =$
$= \frac{16}{3}\alpha\pi r$

~~Тогда $R_{AB}\cdot n = r_0$~~

пусть $R_{AB}\cdot n = r_0$, где n - во скольк. раз. сопр AB ~~меньше больше сопр 1 кольца больше~~ меньше сопр. 1 кольца

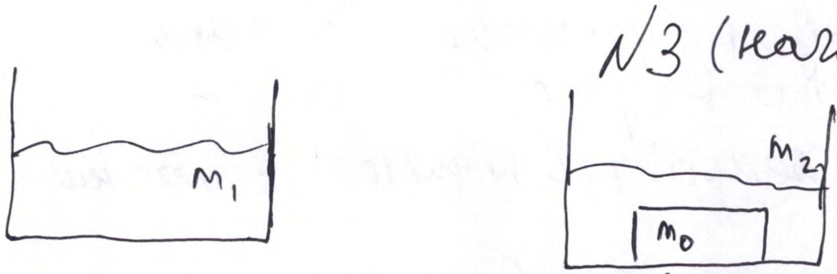
$n = \frac{r_0}{R_{AB}} = \frac{\alpha\cdot 2\pi r}{\frac{16}{3}\cdot\alpha\pi r} = \frac{3}{8}$

?

12б

Ответ: сопр AB меньше сопр 1 кольца в 0,375 раз

№3 (начало 1 стр)



пусть m_1 и m_2 - массы воды в 1 и 2 калор.
пусть m_0 - масса алюминие
пусть c_B и c_A - теплоемкости воды и алюминия
Распишем новые температуры в калориметрах ~~для 1~~ после 1 полного цикла:
~~пусть $c_A m_0 = \alpha$~~
пусть $c_A m_0 = k$, ~~$c_B m_1 = y$~~ $c_B m_1 = x$, $c_B m_2 = y$

$m_0 = 1$ кг, $m_1 = 3$ кг, $m_2 = 4$ кг
$c_A = 900$, $c_B = 4200$

0-3

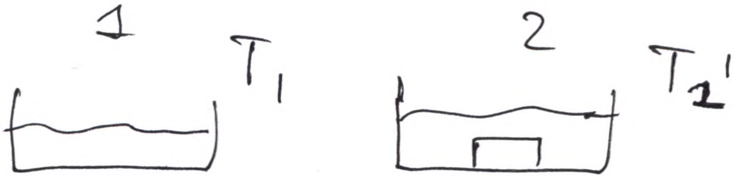
есто для скобы

№3 (продолжение : 2 стр.)

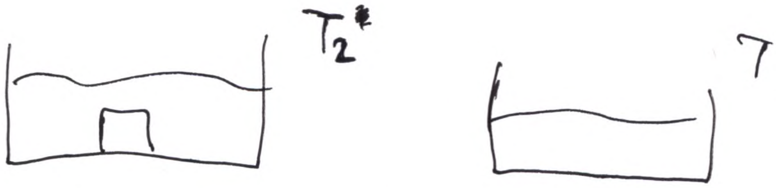
Шифр Ф-31

n-ый цикл (произвольный):

вначале

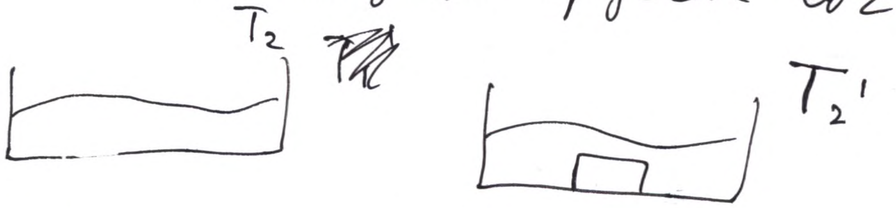


помещаем брусок в 1 калор., в уст реж.



– 1 процесс

помещаем брусок во 2 калор., в уст реж.



– 2 процесс

1 процесс : из урав. тепл. баланса :

$$k(T_2 - T_1') + x(T_2 - T_1) = 0$$

$$T_2 = \frac{kT_1' + xT_1}{k+x} \quad (1)$$

2 процесс : из урав. тепл. баланса

$$k(T_2' - T_2) + y(T_2' - T_1') = 0$$

$$T_2' = \frac{kT_2 + yT_1'}{k+y} \quad (2)$$

конец. цикла

после цикл повторяется n раз и будут аналогичные изменение температур. пока разница температур воды в калориметрах не достигнет 5°C

№3 (продолжение: 3 стр.)

~~Рассчитаем температуры лог. в каждом цикле~~

~~цикл 1: цикл 1: $T_1 = 10°C$, $T_2' = 90°C$~~

~~1к: $T_1 \to T_2 = \frac{254}{3} = \frac{46}{3}°C \approx 15,3$~~

~~2к: $T_1' \to T_2' = \frac{5086}{59} \approx 86,2$ $\Delta T > 5°C$ $(\Delta T = T_2' - T_2)$~~

~~цикл 2~~

~~1к: $T_2 \to T_3 \approx 20,058$~~

~~2к: $T_2' \to T_3' \approx 82,84$~~

~~для 2 цикла~~: для n+1 цикла:

$$T_3 = \frac{kT_2' + xT_2}{k+x} \quad \text{- 1 процесс}$$

$$T_3' = \frac{kT_3 + yT_2'}{k+y} \quad \text{- 2 процесс}$$

конец цикла

$$T_3 - T_2 = \frac{kT_2' + xT_2}{k+x} - \frac{kT_1' + xT_1}{k+x}, \text{ подставим}$$

сюда выраж. (1) и (2) тогда после упрощений

$$T_3 - T_2 = \frac{k\frac{k(T_2 - T_1')}{k+y} + x\frac{k(T_1' - T_1)}{k+x}}{k+x}, \text{ подставим еще раз (1)}$$

тогда

$$T_3 - T_2 = \frac{\frac{k^2 x(T_1 - T_1')}{k+y} + x\frac{k(T_1' - T_1)}{k+x}}{k+x},$$

Ф-3

Место для скобы

№3 (конец: 4 стр.)

Шифр Ф-31

~~т.к. T_3 и T_2 - температуры для n-ого и (n+1)-ого цикла и они зависят только от начал. условий то $\Delta T = T_3 - T_2 = const$~~

$$T_3 - T_2 = \frac{kT_2' + xT_2}{k+x} - T_2 = \frac{k(T_2' - T_2)}{k+x} =$$

$$= \frac{k}{k+x}\left(\frac{kT_2 + yT_1'}{k+y} - T_2\right) = \frac{ky}{k+x}\,\frac{T_1' - T_2}{k+y} =$$

$$= \frac{ky}{(k+x)(k+y)}\left(T_1' - \frac{kT_1' + xT_1}{k+x}\right) = \frac{kxy(T_1' - T_1)}{(k+x)^2(k+y)}$$

т.е $\Delta T = T_3 - T_2$ завис. только от начал. условий. → , но T_3 и T_2 - температуры в 1 калор. в n и (n+1) цикле → $\Delta T = const =$

$$= \frac{kxy(T_1' - T_1)}{(k+x)^2(k+y)} \approx 4,72467$$

аналогично для 2 калор.:

$$\Delta T' = T_3' - T_2' = const = \frac{kxy(T_1' - T_1)}{(k+x)(k+y)^2} \approx 3,6036$$

спустя n циклов разница температур $< 5°C$:

$(T_1' - T_1) - n(\Delta T + \Delta T') < 5$

при $n = 9$: $5,045 < 5$ - не подходит

при $n = 10$: $-3,2827 < 5$ - подходит

т.е через $n = 10$ циклов

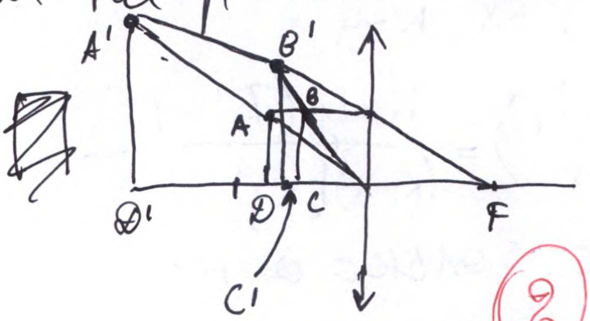
~~то n = 205 циклов~~ Ответ: через 10 циклов.

~~Ответ: через 205 циклов.~~

12б

№1 (начало и конец)

Если AD стоит за фокусом, а BC на р-ии меньше чем фокусное то изображение ABCD не будет полным (т.е не будет изобр точки на р-ии равном фокусному), что противоречит условию → ABCD ~~либо за либо перед~~ наход на р-ии большем или меньшем чем фокусное если на р-ии меньше чем F, то:

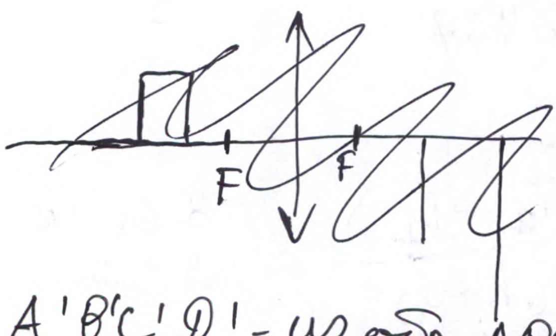


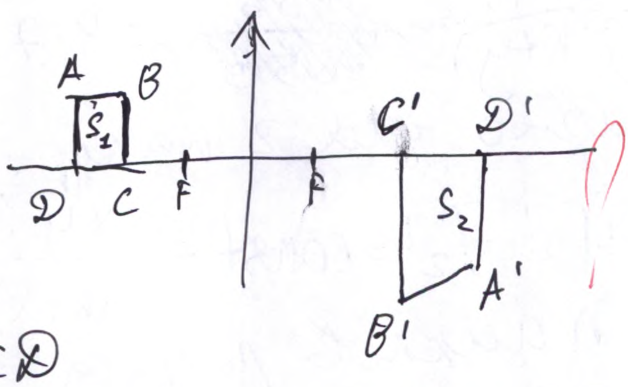
если A'B'C'D' - изобр ABCD, то AD увеличилось больше ~~чр~~ чем BC, но по условию наоборот →

→ этот вар. не подходит

2

Значит ABCD наход дальше фокуса. ~~р-я~~ р-ния Схематично:





!

A'B'C'D' - изобр ABCD

$\Gamma_1 = \frac{D'A'}{DA} = 2{,}5$ ~~BC~~ $\Gamma_2 = \frac{B'C'}{BC} = 6$ 2

$C'D' = CD \cdot \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = 15CD$ - продольное увелич.

Тогда $S_2 = \frac{A'D' + C'B'}{2} \cdot C'D' = \frac{2{,}5DA + 6BC}{2} \cdot 15CD =$

$(DA = BC)$ $= \frac{8{,}5 \cdot 15}{2} DA \cdot CD$; $S_1 = DA \cdot CD$ 2 2

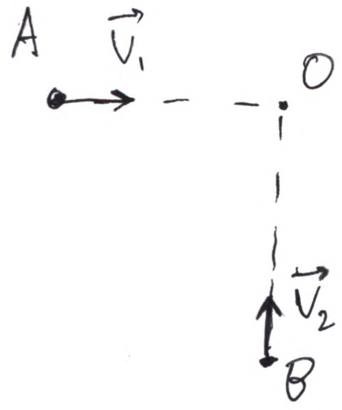
$\frac{S_2}{S_1} = \frac{8{,}5 \cdot 15}{2} = 8{,}5 \cdot 7{,}5 = 63{,}75$ 2

Ответ: в 63,75 раз больше.

10,5

Место для скобы

Шифр Ф-31



№2 (начало и конец)

из рисунка

AO = 8 миль, BO = 10 миль

Всего 4 ситуации когда между кораблями 1 миля:

пусть S_1 и S_2 пути короб. в кажд. ситуации

1) на одной горизонтали:

ситуация $\to V_1$ $\uparrow V_2$, 1 м.

тогда $S_2 = 10$, $S_1 = 7$

$$\begin{cases} S_1 = V_1 t_1 + \frac{a_1 t_1^2}{2} \\ S_2 = V_2 t_1 + \frac{a_1 t_1^2}{2} \end{cases}$$

$$S_1 - S_2 = t_1 (V_1 - V_2)$$

$$t_1 = \frac{S_1 - S_2}{V_1 - V_2} = \frac{3}{2} \text{ ч.}$$

$$a_1 = \frac{2S_1 - 2V_1 t_1}{t_1^2} = \frac{14 - 2\cdot 8 \cdot \frac{3}{2}}{\frac{9}{4}} = -\frac{40}{9} \approx -4{,}4 \ \frac{\text{миль}}{\text{ч}^2}$$

2) на одной горизонтали

сит. $\uparrow V_2$ $\to V_1$

тогда $S_1 = 9$, $S_2 = 10$

аналогичная система как 1):

$$t_2 = \frac{S_1 - S_2}{V_1 - V_2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

тогда $a_2 = \frac{2S_1 - 2V_1 t_2}{t_2^2} = \frac{18 - 2\cdot 8\cdot\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 40 \ \frac{\text{миль}}{\text{ч}^2}$

3) на одной вертикали: $\to V_1$ $\uparrow V_2$ тогда $S_1 = 8$, $S_2 = 9$

$t_3 = \frac{S_1 - S_2}{V_1 - V_2} = \frac{1}{2}$, $a_3 = \frac{2S_1 - 2V_1 t_3}{t_3^2} = \frac{2\cdot 8 - 2\cdot 8\cdot\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 32 \ \frac{\text{миль}}{\text{ч}^2}$

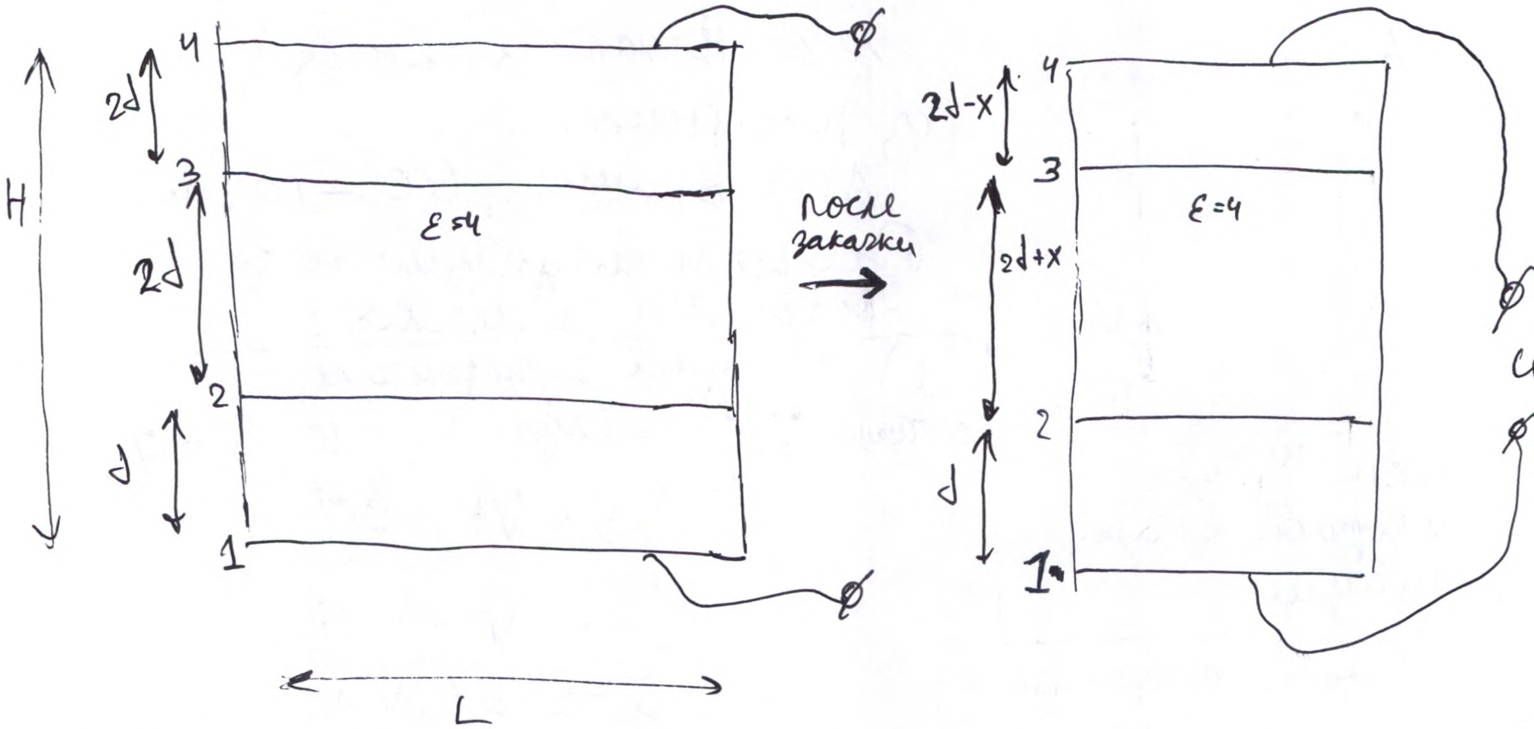
4) на одной вертикали: $\uparrow V_2$ $\to V_1$ тогда $S_1 = 8$, $S_2 = 11$

$t_4 = \frac{S_1 - S_2}{V_1 - V_2} = \frac{3}{2}$; $a_4 = \frac{2S_1 - 2V_1 t_4}{t_4^2} = \frac{16 - 2\cdot 8\cdot\frac{3}{2}}{\frac{9}{4}} = -\frac{32}{9} \approx -3{,}55 \ \frac{\text{миль}}{\text{ч}^2}$

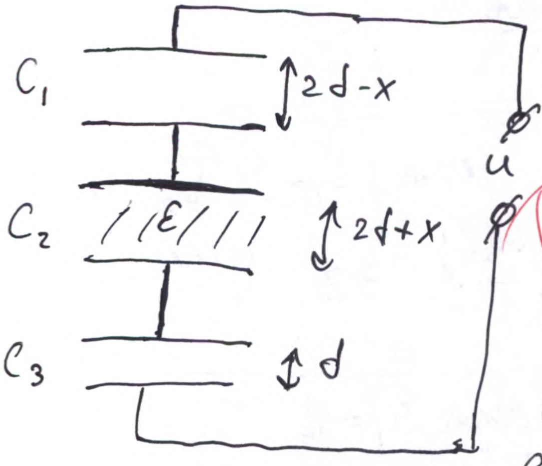
отсюда: $a_1 < a_4 < a_3 < a_2 \to a_1$ – min ускорение

Ответ: min ускорение $a_1 = -4{,}4 \ \frac{\text{миль}}{\text{ч}^2}$

№5 (начало)



Р-ние между 3 и 4 до закачки: $H-d-2d=10-2-4=4$ мм $=2d$
после закачки объема ΔV диэлектрика пластина 3 поднялась на x, $\Delta V=L^2\cdot x \to x=\frac{\Delta V}{L^2}$
конечная система эквивалентна последовате-льному ~~соедин~~ соединению ~~конденсатов~~ конденсаторов:



C_1, C_2, C_3 - их емкости (см. рис.
т.к послед. соедин. то установ. заряд q одинаковый на всех пластинах (т.к подразумевается из условия задачи, что вначале пластины не заряжены)
$C_э$ - эквив. емкость системы

$$C_э=\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)^{-1}$$

$$C_1=\frac{\varepsilon_0 S}{2d-x},\quad C_2=\frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d+x},\quad C_3=\frac{\varepsilon_0 S}{d},\ \text{где } S=L^2$$

№5 (конец)

Шифр Ф-31

тогда $C_э = \left(\frac{2d-x}{\varepsilon_0 S} + \frac{2d+x}{\varepsilon_0 \varepsilon S} + \frac{d}{\varepsilon_0 S}\right)^{-1} =$

$= \varepsilon_0 S\left(2d-x + \frac{2d+x}{\varepsilon} + d\right)^{-1} = \varepsilon_0 S\left(3d-x+\frac{2d+x}{\varepsilon}\right)^{-1} =$

$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{(3d-x)\varepsilon + 2d+x}$

из послед. соедин. следует, что:

$q = C_э \cdot U = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U}{(3d-x)\varepsilon + 2d + x}$

U_2 - напряжение на C_2

$U_2 = E_п (2d+x) = \frac{q}{C_2}$, где $E_п = 20 \frac{кВ}{мм}$ - напряженность при которой происходит пробой

~~$E(2d+x)(3d\varepsilon - x\varepsilon + 2d + x)$~~

$E_п \cancel{(2d+x)} = \frac{q\cancel{(2d+x)}}{\varepsilon_0 \varepsilon S} \rightarrow E_п = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S} = \frac{U}{(3d-x)\varepsilon + 2d + x}$

$3d\varepsilon - x\varepsilon + 2d + x = \frac{U}{E_п}$

$x = \frac{\frac{U}{E_п} - 3d\varepsilon - 2d}{1-\varepsilon} = \frac{\frac{U}{E_п} - d(3\varepsilon+2)}{1-\varepsilon} = \frac{d(3\varepsilon+2) - \frac{U}{E_п}}{\varepsilon - 1} =$

но $x = \frac{\Delta V}{L^2} \rightarrow \Delta V = xL^2$

$\Delta V = L^2 \cdot \frac{d(3\varepsilon+2) - \frac{U}{E_п}}{\varepsilon - 1} = (10^{-2})^2 \frac{2\cdot 10^{-3}(3\cdot 4+2) - \frac{400\cdot 10^3 \cdot 10^{-3}}{20\cdot 10^3}}{4-1} \approx$

$\approx 2{,}67 \cdot 10^{-5}$ м^3 (ΔV меньше чем $2d \cdot L^2$, т.е. все верно)

Ответ: надо закачать $\Delta V = 2{,}67\cdot 10^{-5}$ м^3 диэлектрика

120