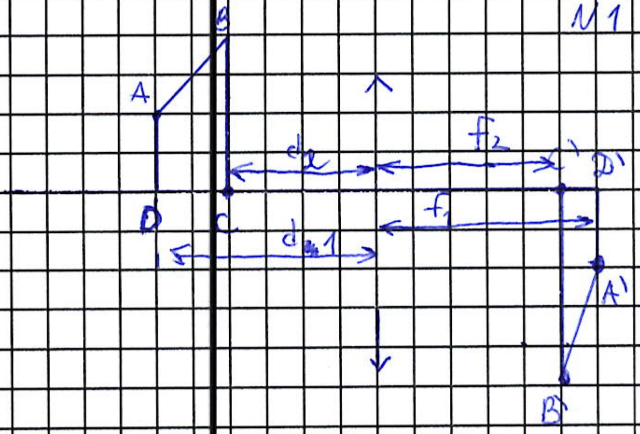
место для скобы

Шифр P-11-21

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15+15+20 +18+20 = 88	14.03.24.	Соломатин К.В.	[signature]

№1



Заметим, что ABCD - перейдёт в трапецию, причём изображение на рисунке может быть другим, но ~~~~ изображение будет параллелограммом, так как как точки B и C; A и D отстоят от линзы на одно и то же расстояние, значит и изображения $C'B' \parallel A'D'$. Запишем уравнение тонкой линзы для B и A, а также две формулы увеличения.

$$\begin{cases} \frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} & (1) \\ \frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} & (2) \\ \Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1} & (3) \\ \Gamma_2 = \frac{f_2}{d_2} & (4) \end{cases}$$

, подставим значения f_1 и f_2 из (3) и (4) в (1) и (2) соответственно

$$\begin{cases} \frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{\Gamma_1 d_1} \\ \frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{\Gamma_2 d_2} \end{cases}$$

приравняем правые части уравнений.

$$\frac{1}{d_1}+\frac{1}{\Gamma_1 d_1}=\frac{1}{d_2}+\frac{1}{\Gamma_2 d_2}$$

$$\frac{\Gamma_1+1}{\Gamma_1 d_1}=\frac{\Gamma_2+1}{\Gamma_2 d_2}$$

$$\Gamma_1\Gamma_2 d_2+\Gamma_2 d_2=\Gamma_1\Gamma_2 d_1+\Gamma_1 d_1$$

$d_1=\frac{\Gamma_1\Gamma_2+\Gamma_2}{\Gamma_1\Gamma_2+\Gamma_1}d_2$, тогда $DC=|d_1-d_2|=d_2\left|\frac{\Gamma_2-\Gamma_1}{\Gamma_1\Gamma_2+\Gamma_1}\right|=\frac{7}{15}d_2$

Значит $D'C'=|f_1-f_2|=|\Gamma_1 d_1-\Gamma_2 d_2|=d_2\left|\Gamma_1\cdot\frac{\Gamma_1\Gamma_2+\Gamma_2}{\Gamma_1\Gamma_2+\Gamma_1}-\Gamma_2\right|=\frac{56}{25}d_2$

Тогда $S'=D'C'\cdot\frac{A'D'+B'C'}{2}$, где по условию

$A'D'=1{,}2AD$, $B'C'=4BC$, получаем:

$S'=D'C'\cdot\frac{1{,}2AD+4BC}{2}$, где $S=DC\cdot\frac{AD+BC}{2}$, получаем систему:

$S'=D'C'\cdot\frac{1{,}2AD+4BC}{2}$

$S=DC\cdot\frac{AD-BC}{2}$, подставим значения DC и $D'C'$ найденные выше, а также $BC=2AD$.

$$\begin{cases} S'=\frac{56}{25}d_2\cdot\frac{1{,}2AD+4\cdot 2AD}{2} \\ S=\frac{7}{15}d_2\cdot\frac{AD+2AD}{2}\end{cases}$$

$$\begin{cases} S'=\frac{1288}{125}d_2\cdot AD \\ S=\frac{7}{10}\cdot d_2 AD\end{cases}$$, тогда

$$\frac{S'}{S}=\frac{368}{25}\approx 14{,}72$$

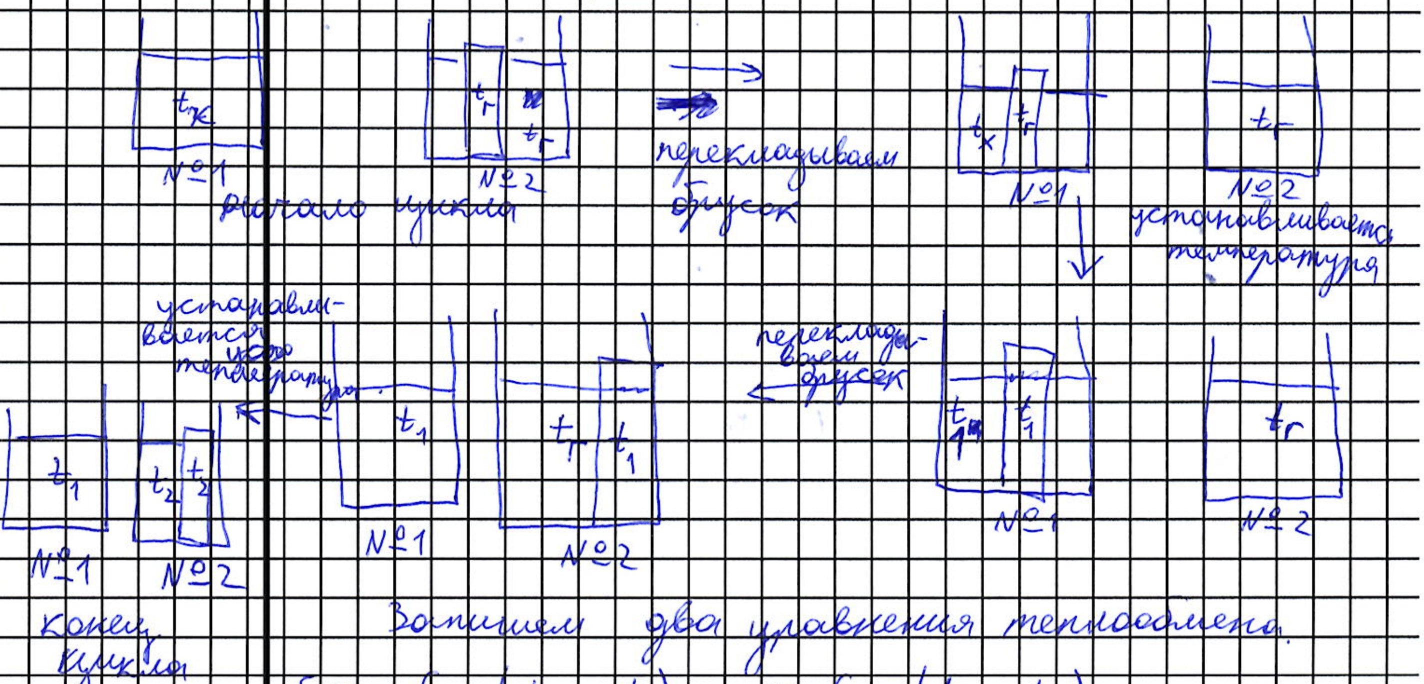
Ответ: в 14,72 раз.

место для скобы

Шифр Ф-11-21

№3

Рассмотрим изменение температуры в 1 цикле в произвольный момент, пусть температура горячей воды $t_г$, холодной воды $t_х$, ~~масса~~ их массы соответственно $m_г$, $m_х$. Масса алюминия $m_{ал}$



Запишем два уравнения теплообмена.

$$\begin{cases} m_{ал} c_{ал} (t_г - t_1) = m_х c_{вод} (t_1 - t_х) \\ m_{ал} c_{ал} (t_2 - t_1) = m_г c_{вод} (t_г - t_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m_{ал} c_{ал} + m_х c_{вод}) t_1 = m_{ал} c_{ал} t_г + m_х c_{вод} t_х \\ (m_{ал} c_{ал} + m_г c_{вод}) t_2 = m_г c_{вод} t_г + m_{ал} c_{ал} t_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{m_{ал} c_{ал} t_г + m_х c_{вод} t_х}{m_{ал} c_{ал} + m_х c_{вод}} = \dfrac{1}{15} t_г + \dfrac{14}{15} t_х \\ t_2 = \dfrac{m_г c_{вод} t_г + m_{ал} c_{ал} t_1}{m_{ал} c_{ал} + m_г c_{вод}} = \dfrac{56}{59} t_г + \dfrac{3}{59} t_1 \end{cases}$$

, подставим значения из условия

Подставим t_1 во второе и получим систему:

место для скобы

Шифр P-11-21

$$\begin{cases} t_1 = \frac{1}{15} t_г + \frac{14}{15} t_x \\ t_2 = \frac{56}{59} t_г + \frac{3}{59}\left(\frac{1}{15} t_г + \frac{14}{15} t_x\right) = \frac{56{,}2}{59} t_г + \frac{2{,}8}{59} t_x \end{cases}$$

Тогда пусть изначально температура горячей t_0, а холодной t $(t = 10°C)$ (по условию), тогда ~~после 1 цикла~~) Составим таблицу для температур воды после каждого цикла в калориметрах №1 и №2 используя формулы для произвольного цикла найденные выше.

№ конца цикла	№1, °C	№2, °C
0	10	t_0
1	$\frac{1}{15} t_0 + \frac{28}{3}$	$\frac{56{,}2}{59}$
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

место для скобы

Шифр Р-11-21

Рассмотрим разность температур в калориметрах до и после циклов:

$$\begin{cases} \Delta t_{до} = t_г - t_x \\ \Delta t_{после} = t_2 - t_1 = \frac{784}{885} t_г - \frac{784}{885} t_x \end{cases}$$, тогда

$\Delta t_{после} = \frac{784}{885} \Delta t_{до}$, значит через 20 циклов

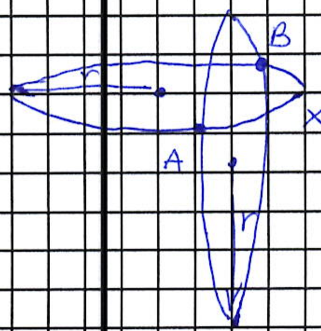
$\Delta t_{20} = \Delta t_0 \cdot \left(\frac{784}{885}\right)^{20} = (t_0 - t)\left(\frac{784}{885}\right)^{20}$, зная, что $t = 10°C$, а $\Delta t_{20} = 5°C$, то

$$t_0 = \left(\frac{885}{784}\right)^{20} \cdot \Delta t_{20} + t \approx 66{,}4°C$$

20

Ответ: 66,4°С.

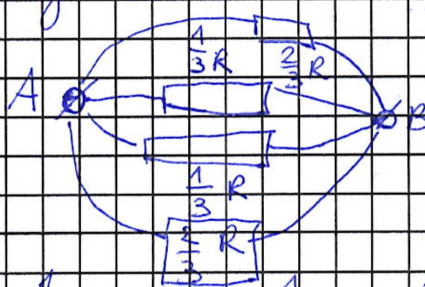
№4



Так как $x = \frac{1}{3} l$, где l - длина кольца, то меньшие дуги AB для обоих окружностей равны третям длины окружностей, так как окружности равны ~~для обоих окружн~~

Пусть сопротивление всей окружности - R, тогда ~~одной~~ меньшей её дуги $\frac{1}{3}R$, ($R \sim$ длины проводника), а большей: $R - \frac{1}{3}R = \frac{2}{3}R$.

Тогда получим эквивалентную схему между AB:



Тогда $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{\frac{1}{3}R} + \frac{1}{\frac{1}{3}R} + \frac{1}{\frac{2}{3}R} + \frac{1}{\frac{2}{3}R}$

место для скобы

Шифр Ф-11-21

$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{9}{R}$, тогда $R_{AB} = \frac{R}{9}$, тогда

сопротивление между AB в 9 раз меньше сопротивления проволоки одного кольца.

18

Ответ: в 9 раз меньше

N2

Найдем из рисунка расстояния от кораблей до точки пересечения курсов:

$l_1 = 8$ миль $l_2 = 10$ миль. По условию рассмотрим ситуацию, когда второй корабль первым проходит точку пересечения курсов, значит первый находится на расстоянии $\Delta l \geq 1$ миль

Тогда к данному моменту t первый корабль прошел $(l_1 - \Delta l)$, а второй l_2, тогда запишем уравнения движения кораблей:

$$\begin{cases} l_1 - \Delta l = v_1 t + \frac{at^2}{2} \\ l_2 = v_2 t + \frac{at^2}{2} \end{cases}$$, выразим t из уравнений:

$$\begin{cases} t = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2a(l_1 - \Delta l)}}{a} \\ t = \frac{-v_2 + \sqrt{v_2^2 + 2al_2}}{a} \end{cases}$$, вторые корни не подходят так как при них $t < 0$.

Приравняем

$$\frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2a(l_1 - \Delta l)}}{a} = \frac{-v_2 + \sqrt{v_2^2 + 2al_2}}{a} \quad | \cdot a \neq 0$$

место для скобы

Шифр Ф-11-21

$$-v_1+\sqrt{v_1^2+2a(l_1-\Delta l)}=-v_2+\sqrt{v_2^2+2al_2}$$

$$v_2-v_1+\sqrt{v_1^2+2a(l_1-\Delta l)}=\sqrt{v_2^2+2al_2}$$ возведём в квадрат обе части больше 0

$$(v_2-v_1)^2+v_1^2+2a(l_1-\Delta l)+2(v_2-v_1)\sqrt{v_1^2+2a(l_1-\Delta l)}=v_2^2+2al_2$$

$$2(v_2-v_1)\sqrt{v_1^2+2a(l_1-\Delta l)}=v_2^2-v_1^2-(v_2-v_1)^2+2a(l_1+l_2-\Delta l)$$

возведём обе части в квадрат так как они больше 0

$$\cancel{4(v_2-v_1)^2}$$

$$4(v_2-v_1)^2\left(v_1^2+2a(l_1-\Delta l)\right)=\left(v_2^2-v_1^2-(v_2-v_1)^2+2a(l_1+l_2-\Delta l)\right)^2$$

Так как чем меньше расстояние между кораблями тем меньше a, то подставим все значения и $\Delta l=1$ миль, найдём a_{min}:

$$4\cdot 2^2\cdot(64-2a\cdot 7)=(\cancel{64}+100-64-2^2+2a\cdot 17)^2$$

$$1024-224a=(32+34a)^2$$

$$1024-224a=1024+2176a+1156a^2$$

$$1156a^2+2400a=0 \quad |:a\neq 0$$

$$1156a+2400=0$$

$$a=-\frac{600}{289}\approx-2{,}08 \text{ миль/час}^2,$$ это значит

что ускорения будут направлены против движения кораблей и равны

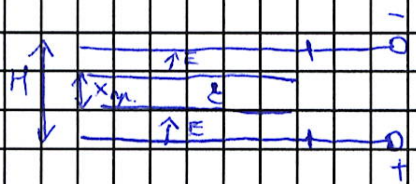
Ответ: $2{,}08$ миль/час^2 против направления движения

15

место для скобы

Шифр Ф-11-21

№5



Пусть $x_{пр}$ – расстояние между пластинами во время пробоя.

Заметим что пластины 2 и 3 не перезарядятся, так как им не откуда брать или некуда отдавать заряд. Тогда напряженность между 2 и 3 $E_{вн} = \frac{E}{\varepsilon}$, а в остальных местах между пластинами E. Тогда разность потенциалов между 1 и 4:

$U = E(H - x_{кр}) + E_{вн} x_{кр}$, подставим

$E_{вн} = E_{пр} = 20 кВ/мм$ – напряжение пробоя, тогда

$E = \varepsilon E_{пр}$.

$U = \varepsilon E_{пр}(H - x_{кр}) + E_{пр} x_{кр}$

$x_{кр}(\varepsilon - 1) = \cancel{E_{пр}H}\ \varepsilon H - \frac{U}{E_{пр}}$

$$x_{кр} = \frac{\varepsilon H - \frac{U}{E_{пр}}}{\varepsilon - 1} = \frac{4 \cdot 10мм - \frac{400кВ}{20кВ/мм}}{4-1} = \frac{20}{3}мм,$$

заметим, что $x_{кр} + d < H$, значит пластина 3 не достала до 4 пластины. ~~Найдем~~ Выразим d_0 – расстояние изначально между 2 и 3

$\Delta V + d_0 S = x_{кр} \cdot S$

$d_0 = x_{кр} - \frac{\Delta V}{S}$

$d_0 = x_{кр} - \frac{\Delta V}{L^2} = \frac{20}{3}мм - \frac{25}{100} \cdot 10мм = \frac{25}{6}мм \approx 4,17мм$

20

Ответ: 4,17мм.