

1 2 3 4 5 6
10 4 20 8 12 54

Шифр

09398

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

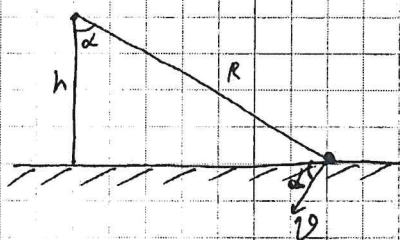
Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
54	21.03	Абрамкин В	С.Ф.Р.

Задача 1

До первого удара шарик будет двигаться по дуге окружности радиуса R .

Скорость шарика в момент первого удара можно найти из ЗСЭ: $mgh = \frac{mv^2}{2}$, где v — модуль скорости в этот момент. $v = \sqrt{2gh}$

Момент первого удара:



Скорость направлена перпендикулярно нити. α — угол между вектором скорости и горизонтом.

$$\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{h}{R}, \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{h^2}{R^2}}$$

После удара скорость отразилась под углом α .

После удара нить не влияла на движение шарика и он двигался, как брошенный под углом к горизонту.

$$L = v \cos \alpha \cdot t \quad t = \frac{2v \sin \alpha}{g}$$



$$L = \frac{2v^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 2gh \cdot \frac{h}{R} \sqrt{1 - \frac{h^2}{R^2}}}{g} =$$

$$= 4h \sqrt{\frac{h^2}{R^2} - \frac{h^4}{R^4}}$$

Пусть $\frac{h}{R} = k$, где k — некоторое отношение

$$\text{Тогда } L = 4h \sqrt{\frac{h^2}{R^2} - \frac{h^4}{R^4}} = 4h \sqrt{k^2 - k^4}$$

(с помощью производной найдём максимальное L .)

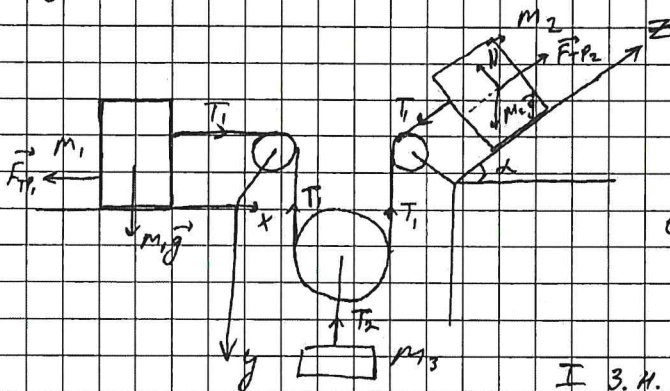
$$L' = \frac{4h(2k - 4k^3)}{2\sqrt{k^2 - k^4}} = 0$$

$$2k = 4k^3 \quad k = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{R}$$

$$L = 4h \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = 4h \cdot \frac{1}{2} = 2h.$$

Ответ: $\frac{h}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}} ; L = 2h$

Задача 2



$$T_2 = 2T_1$$

ИЗН. для груза массой m_1
в проекции на ось x :

$$T_1 = F_{TP}$$

$$F_{TP} = \mu m_1 g$$

ИЗН. для груза массой m_3 в
проекции на ось y : $m_3 g = T_2 = 2T_1$

$$\begin{cases} T_1 = \mu m_1 g \\ 2T_1 = m_3 g \end{cases}$$

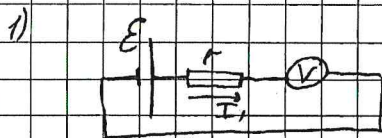
$$2\mu m_1 g = m_3 g \quad \mu = \frac{m_3}{2m_1}$$

$$T_1 = \frac{m_3}{2m_1} \cdot g \cdot m_1 = \frac{m_3 g}{2}$$

$$T_2 = 2T_1 = m_3 g$$

Ответ: $\mu = \frac{m_3}{2m_1} ; T_1 = \frac{m_3 g}{2} ; T_2 = m_3 g$

Задача 3

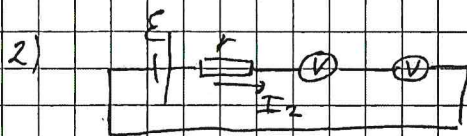


$$U_1 = I_1 \cdot R$$

$$I_1 = \frac{E}{r+R}$$

$$U_1 = \frac{E \cdot R}{r+R}$$

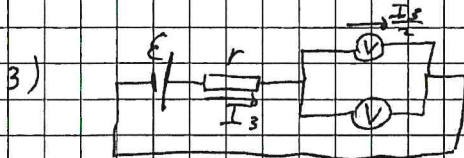
, R - сопротивление вольтметра



$$U_2 = I_2 \cdot R$$

$$I_2 = \frac{E}{r+2R}$$

$$U_2 = \frac{E R}{r+2R}$$



$$U_3 = \frac{I_3}{2} \cdot R$$

$$I_3 = \frac{E}{r+\frac{R}{2}}$$

$$U_3 = \frac{E R}{2r+R}$$

$$U_1 = \frac{ER}{r+R} \Rightarrow U_1 r + U_1 R = ER \Rightarrow r = \frac{R(E-U_1)}{U_1}$$

$$U_2 = \frac{ER}{r+2R} \Rightarrow U_2 r + 2U_2 R = ER \Rightarrow r = \frac{R(E-2U_2)}{U_2}$$

$$\frac{R(E-U_1)}{U_1} = \frac{R(E-2U_2)}{U_2}$$

$$EU_1 - 2U_2 U_1 = EU_2 - U_1 U_2$$

$$E(U_1 - U_2) = U_1 U_2$$

$$E = \frac{U_1 U_2}{U_1 - U_2}$$

Если вольтметры идеальны, то $R \rightarrow \infty$

Найдем $U_1 : U_2 : U_3$ при $R \rightarrow \infty$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{U_1}{U_2} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\frac{ER}{r+R}}{\frac{ER}{r+2R}} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{r+2R}{r+R} = 2.$$

$$\Rightarrow U_1 : U_2 : U_3 = 2 : 1 : 2.$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{U_3}{U_2} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\frac{ER}{2r+R}}{\frac{ER}{r+2R}} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{r+2R}{2r+R} = 2.$$

Ответ: $E = \frac{U_1 U_2}{U_1 - U_2}$, при идеальных вольтметрах

$$U_1 : U_2 : U_3 = 2 : 1 : 2.$$

Задача 4.

$$V = \alpha \sqrt{T}$$

$PV = \nu RT$ Уравнение Менделеева - Клапейрона

$$P \alpha \sqrt{T} = \nu RT \Rightarrow P = \frac{\nu R \sqrt{T}}{\alpha}$$

dA - малое изменение работы, совершаемой газом

$$dA = d(PV)$$

$$dA = dP \cdot V + dV \cdot P$$

$$dP = \frac{\nu R dT}{2 \alpha \sqrt{T}}$$

$$dV = \frac{\alpha dT}{2 \sqrt{T}}$$

$$dA = \frac{\nu R dT \cdot \alpha \sqrt{T}}{2 \alpha \sqrt{T}} + \frac{\alpha dT \cdot \nu R \sqrt{T}}{2 \sqrt{T} \cdot \alpha} = \nu R dT$$

Интегрируем и получаем A

$$A = \sqrt{R(T_2 - T_1)}$$

Первое начало термодинамики:

$$Q = A + \frac{3}{2} \sqrt{R(T_2 - T_1)} = \frac{5}{2} \sqrt{R(T_2 - T_1)} = 2,5 \sqrt{R(T_2 - T_1)}$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\sqrt{R(T_2 - T_1)}}{2,5 \sqrt{R(T_2 - T_1)}} = 0,4$$

$$C_{cp} = \frac{Q}{(T_2 - T_1)} = \frac{2,5 \sqrt{R(T_2 - T_1)}}{\sqrt{R(T_2 - T_1)}} = 2,5 \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{R}} = 2,5 R$$

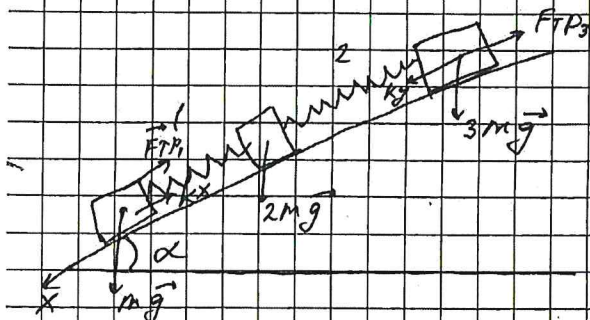
Сни от это не зависит.

Плотность зависит только от η , значит она оставалась постоянной.

Ответ: $Q = 2,5 \sqrt{R(T_2 - T_1)}$; $\eta = 0,4$;

Ответ: $Q = 2,5 \sqrt{R(T_2 - T_1)}$; $\eta = 0,4$; $C = 2,5 R$

Задача 5



Пусть x - удлинение первой пружины

y - удлинение второй пружины

I з.н. для крайних узлов:

$$mg \sin \alpha = kx + F_{TP}$$

$$3mg \sin \alpha + k_y = F_{TP}$$

kx максимален, когда $F_{TP} = 0$.

$$kx = mg \sin \alpha, \quad x = \frac{mg \sin \alpha}{k}$$

k_y максимален, когда F_{TP} максимален

$$k_y = F_{TP} - 3mg \sin \alpha = 6mg \sin \alpha - 3mg \sin \alpha = 3mg \sin \alpha$$

$$y = \frac{3mg \sin \alpha}{k}$$

$$L = 2L_0 + x + y = 2L_0 + \frac{4mg \sin \alpha}{k}$$

Ответ: $L = 2L_0 + \frac{4mg \sin \alpha}{k}$