

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
686		Чернышова АС	Жер

№ 3

Нарисуем график в $P(V)$ 1-2: $V = \text{const}$ (изохора) $\Rightarrow A_{12} = 0$ 3-4: $V = \text{const}$ (изохора) $\Rightarrow A_{34} = 0$ 2-3: $T = \text{const}$ (изотерма) $\Rightarrow A_{23} = S \log \text{кр. } P(V)$ 4-1: $T = \text{const}$ (изотерма) $\Rightarrow A_{41} = S \log \text{кр. } P(V)$ м. 2: $9 P_0 V_0 = \nu R 6 T_0$? гелийм. 3: $3 P_0 V_3 = \nu R 6 T_0$ $\Rightarrow 3 \cdot \frac{V_2}{V_3} = 1 \Rightarrow$ $\Rightarrow V_3 = 3 V_2$; Пусть $V_2 = V_0 \Rightarrow V_3 = 3 V_0$ $V_1 = V_2 = V_0$; $V_3 = V_4 = 3 V_0$ $P V = \nu R T \Rightarrow P(V) = \frac{\nu R T}{V}$

$$A_{23} = \int_{V_0}^{3V_0} \frac{\nu R T_{23}}{V} dV = \nu R T_{23} \int_{V_0}^{3V_0} \frac{1}{V} dV = \nu R T_{23} (\ln(3V_0) - \ln V_0) = \nu R T_{23} \ln \frac{3V_0}{V_0} =$$

$$= \nu R T_{23} \ln 3 = 6 \nu R T_0 \ln 3$$

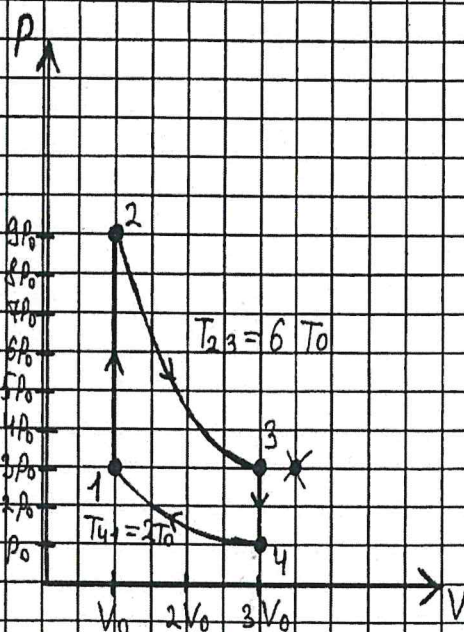
$$A_{41} = \int_{3V_0}^{V_0} \frac{\nu R T_{41}}{V} dV = \nu R T_{41} (\ln V_0 - \ln 3V_0) = \nu R T_{41} \ln \frac{1}{3} = 2 \nu R T_0 \ln \frac{1}{3}$$

$$A = A_{23} + A_{41} = 6 \nu R T_0 \ln 3 + 2 \nu R T_0 \ln \frac{1}{3} = \nu R T_0 (6 \ln 3 + 2 \ln \frac{1}{3})$$

$Q_H = Q_{12} + Q_{23}$ (м.к. на 3-4 $V = \text{const}$, T_H ; на 4-1 $T = \text{const}$, $V \downarrow \Rightarrow Q_{34} + Q_{41} < 0$, а на 1-2 $V = \text{const}$, $T \uparrow$; на 2-3 $T = \text{const}$, $V \uparrow \Rightarrow Q_{12} + Q_{23} > 0$)

$$T_4 = T_1 = 2 T_0; T_2 = 6 T_0 = T_3$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}^0 = \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (6 T_0 - 2 T_0) = 6 \nu R T_0$$



~~$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \Delta U_{23} = \frac{2}{3} \Delta R T$$~~

$$2 - 3: T - \text{const } t \Rightarrow \Delta U_{23} = 0; Q_{23} = A_{23} = 6 \Delta R T_0 \ln 3$$

$$Q_H = 6 \Delta R T_0 + 6 \Delta R T_0 \ln 3 = 6 \Delta R T_0 (1 + \ln 3)$$

$$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{2 \Delta R T_0 (3 \ln 3 + \ln \frac{1}{3})}{3 \Delta R T_0 (1 + \ln 3)} = \frac{3 \ln 3 + \ln \frac{1}{3}}{3 (1 + \ln 3)} = 0,34899 = 0,35 = 35\%$$

Ответ: $\eta = 35\%$

N2.

Уп-е движение для 1:

$$\left. \begin{aligned} x &= U_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{U_0 \cdot \cos \alpha} \\ y &= U_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{U_0 \cdot \sin \alpha \cdot x}{U_0 \cdot \cos \alpha} - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{U_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2 U_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 \quad (1)$$

Уп-е движение для 2:

$$\left. \begin{aligned} x &= S - U_0 \cdot \cos \beta \cdot t \Rightarrow t = \frac{S - x}{U_0 \cdot \cos \beta} \\ y &= U_0 \cdot \sin \beta \cdot t - \frac{g t^2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = \frac{U_0 \cdot \sin \beta (S - x)}{U_0 \cdot \cos \beta} - \frac{g}{2} \cdot \frac{(S - x)^2}{U_0^2 \cdot \cos^2 \beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \tan \beta \cdot (S - x) - \frac{g}{2 U_0^2 \cdot \cos^2 \beta} \cdot (S - x)^2 \quad (2)$$

Приравняем (1) и (2):

$$\tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2 U_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 = \tan \beta \cdot S - \tan \beta \cdot x - \frac{g S^2}{2 U_0^2 \cdot \cos^2 \beta} + \frac{2 g S \cdot x}{2 U_0^2 \cdot \cos^2 \beta} - \frac{g}{2 U_0^2 \cdot \cos^2 \beta} \cdot x^2$$

$$\frac{g}{2U_0^2} \left(\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right) \cdot x^2 + \left(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta - \frac{gS}{U_0^2 \cdot \cos^2 \beta} \right) \cdot x + \frac{gS^2}{2U_0^2 \cos^2 \beta} - \operatorname{tg} \beta \cdot S = 0$$

Возьмем производную

$$\frac{g}{U_0^2} \left(\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right) \cdot x + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta - \frac{gS}{U_0^2 \cdot \cos^2 \beta} = 0 \quad (3)$$

Ур-е (3) — это ур-е прямой с $k = \frac{g}{U_0^2} \left(\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)$, которое имеет единств. ноль $\Rightarrow$ в нуле (3) должно менять знак с — на +, чтобы это была т. min. $\Rightarrow \frac{g}{U_0^2} \left(\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right) > 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \beta} > \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha > \cos^2 \beta \Rightarrow \cos \alpha > \cos \beta \quad (\text{т.к. } \alpha \text{ и } \beta < 90^\circ) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha < \beta$$

N1

a_1 — ускорение Антона; a_2 — ускорение Бориса.

Рассм. Антона:

$$\frac{S}{3} = \frac{a_1 t_1^2}{2}; \quad \frac{S}{3} = U t_2; \quad \frac{S}{3} = U t_3 - \frac{a_1 t_3^2}{2}; \quad t_1 = t_2 = t_3 \quad (\text{т.к. Антон движется}$$

равное расм. с одинак. уск.)

$$\frac{a_1 t_1^2}{2} = U t_1 - \frac{a_1 t_1^2}{2} \Rightarrow U = a_1 t_1; \quad S = \frac{U t_1^2}{2} + U t_2 + U t_3 - \frac{U t_1^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = U(t_2 + t_3), \quad \text{где } t_1 - \text{время ускорения, } t_2 - \text{время с } U = \text{const}$$

Рассм. Бориса:

$$S_1 = \frac{a_2 t^2}{2} = \frac{a_2 t^2}{18}; \quad S_2 = U t; \quad S_3 = \frac{U t}{3} - \frac{a_2 t^2}{18}$$

$$S = \frac{a_2 t^2}{18} + \frac{U t}{3} + \frac{U t}{3} - \frac{a_2 t^2}{18} = \frac{2}{3} U t \quad (2), \quad \text{где } t - \text{время движения Бориса}$$

Приравняем (1) и (2):

$$v(t_2 + t_1') = \frac{2}{3} v t \Rightarrow t_2 + t_1' = \frac{2}{3} t \quad (3)$$

$$\frac{S}{3} = \frac{a_1 t_1'^2}{2} \Rightarrow a_1 = \frac{2S}{3 t_1'^2} \Rightarrow v t_2 = v t_1' - \frac{2S}{3 t_1'^2} \cdot \frac{t_1'^2}{2} \Rightarrow \frac{S}{3} = v(t_1' - t_2) \Rightarrow \frac{S}{3} = v t_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v t_2 = v(t_1' - t_2) \Rightarrow 2 t_2 = t_1' \Rightarrow t_2 + 2 t_2 = \frac{2}{3} t \Rightarrow 3 t_2 = \frac{2}{3} t \Rightarrow t_2 = \frac{2}{9} t$$

Общее время движения. Аппарат: $t_{\text{общ}} = t_2 + 2 t_1' = t_2 + 2 \cdot 2 t_2 = 5 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{t_{\text{общ}}}{5}$

$$\frac{2}{9} t = \frac{1}{5} t_{\text{общ}} \Rightarrow \frac{10}{9} t = t_{\text{общ}} \Rightarrow \text{(к формуле придет первый Борис)}$$

$$\Delta t = t_{\text{общ}} - t = \frac{10}{9} t - t = \frac{1}{9} t$$

$$S = \frac{2}{3} v t \Rightarrow t = \frac{3S}{2v} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{S}{v} = \frac{S}{6v}$$

Ответ: Первый придет Борис; $\Delta t = \frac{S}{6v}$

N 5

$$V = 5000 \text{ м}^3$$

$$\rho = 110000 \text{ Па}$$

$$T_H = T = 316 \text{ К}$$

$$\varphi_1 = 0,1$$

$$\rho_0 = 100000 \text{ Па}$$

$$\varphi_2 = 0,9$$

$$\rho_H = 90000 \text{ Па}$$

$$\Delta m = ?$$

$$p_0 = p_B + p_{H1} \Rightarrow p_B = p_0 - \varphi_1 \cdot p_H = 99100 \text{ Па}$$

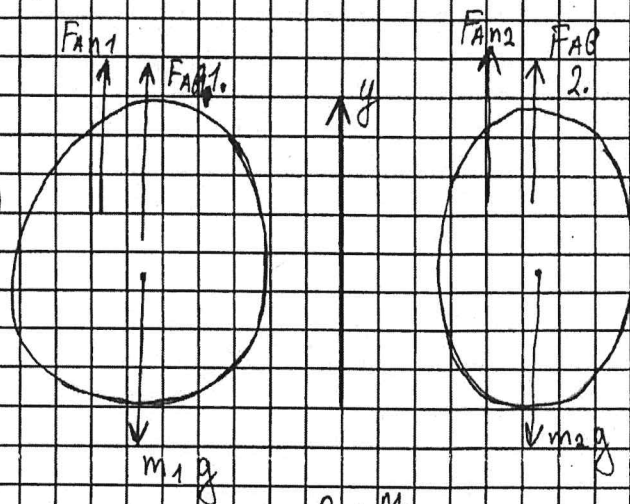
$$\varphi_1 = \frac{p_{H1}}{p_H} \Rightarrow p_{H1} = \varphi_1 \cdot p_H = 900 \text{ Па}$$

$$p_B = \frac{p_B M_B}{A T}$$

$$p_{H1} = \frac{p_{H1} M_H}{A T}$$

$$\text{ОУ: } F_{An1} + F_{AB} - m_1 g = 0 \Rightarrow m_1 g = p_B g V + \frac{p_{H1} M_H}{A T} g V$$

$$2. \varphi_2 = \frac{p_{H2}}{p_H} \Rightarrow p_{H2} = \varphi_2 p_H = 8100 \text{ Па}$$



$$\rho_{n2} = \frac{\rho_{n2} M_n}{R T}$$

$$\text{оу: } F_{n2} + F_{AB} - m_2 g = 0 \Rightarrow m_2 g = \rho \beta g V + \frac{\rho_{n2} M_n}{R T} g V$$

$$\Delta m = m_1 - m_2 \quad | \cdot g$$

$$\Delta m g = \cancel{\rho \beta g V} + \frac{\rho_{n1} M_n}{R T} g V - \cancel{\rho \beta g V} - \frac{\rho_{n2} M_n}{R T} g V$$

$$\Delta m = \frac{M_n V}{R T} (\rho_{n1} - \rho_{n2}) = \frac{M_n V}{R T} (900 - 8100) = -7200 \frac{M_n V}{R T} < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ такого быть не может, т.е. должен начать двигаться вверх, тогда масса балласта $\Delta m = 438,7 \text{ кг}$

Ответ: $\Delta m = 438,7 \text{ кг}$

N2

1

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U_{12}$$

$$\varphi_1 - \varphi_3 = U_{13}$$

$$E_3 = \frac{k q_1}{d^2}$$

$$E_3 = \frac{U_{13}}{d} \Rightarrow \frac{U_{13}}{d} = \frac{k q_1}{d^2} \Rightarrow q_1 = \frac{d(\varphi_1 - \varphi_3)}{k}$$

$$\text{аналогично: } q_2 = \frac{d(\varphi_2 - \varphi_3)}{k}; \quad q_3 = \frac{d(\varphi_3 - \varphi_1)}{k}$$

$$F_{12} = \frac{k q_1 q_2}{d^2} = \frac{k}{d^2} \cdot \frac{d(\varphi_1 - \varphi_3)}{k} \cdot \frac{d(\varphi_2 - \varphi_3)}{k} = \frac{(\varphi_2 - \varphi_3)(\varphi_1 - \varphi_3)}{k}$$

$$F_{13} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_3)(\varphi_3 - \varphi_1)}{k}$$

По правилу параллелограмма $F_1 = \sqrt{\frac{(\varphi_1 - \varphi_3)^2 \cdot (\varphi_3 - \varphi_1)^2}{k^2} + \frac{(\varphi_2 - \varphi_3)^2 \cdot (\varphi_1 - \varphi_3)^2}{k^2}} + \frac{(\varphi_1 - \varphi_3)^2 \cdot (\varphi_3 - \varphi_1) \cdot (\varphi_2 - \varphi_3)}{k^2} \cdot \cos 60^\circ$