

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
538		Червinskaya А.С.	Мер
Шифр			041732

№1 -

Тактика Антона (А):

Антон делит дистанцию S на три равные части:

1. Первая треть пути ($S/3$): Двигется с постоянным ускорением a
2. Вторая треть пути ($S/3$): Двигется с постоянной скоростью v
3. Третья треть пути ($S/3$): Замедляется с тем же ускорением a

1. Первая треть пути: Начальная скорость Антона равна 0. Используем уравнение равноускоренного движения:

$$v^2 = u^2 + 2aS$$
где v - конечная скорость, u - начальная скорость (0),
 a - ускорение, S - пройденный путь ($S/3$).
 Подставляем значения: $v^2 = 0 + 2a(\frac{S}{3}) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2aS}{3}}$

2. Вторая треть пути: Антон движется с постоянной скоростью v . Время, затраченное на эту часть:

$$t_2 = \frac{S/3}{v} = \frac{S}{3v}$$

3. Третья треть пути: Антон замедляется с ~~тем же~~ ускорением $(-a)$. Используем уравнение движения:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2aS$$
где v_f - конечная скорость (0), v_i - начальная скорость (v), a - ускорение $(-a)$, S - пройденный путь ($S/3$).
 Подставляем значения:

$$0 = v^2 + 2(-a)(\frac{S}{3}) \Rightarrow v^2 = \frac{2aS}{3}$$

Это уравнение совпадает с найденным ранее, что подтверждает правильность расчетов.

Время, затраченное на третью часть: $t_3 = \frac{v}{a}$

Всего время Антона

Суммируем время всех трех частей: $t_A = t_1 + t_2 + t_3$

где t_1 - время на первую треть пути. Используем уравнение:

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \frac{S}{3} = 0 + \frac{1}{2}at_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2S}{3a}}$$

Таким образом: $t_A = \sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{S}{3v} + \frac{v}{a}$

Подставляем $v = \sqrt{\frac{2aS}{3}}$: $t_A = \sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{S}{3\sqrt{\frac{2aS}{3}}} + \frac{\sqrt{\frac{2aS}{3}}}{a}$

Упрощаем выражение: $t_A = \sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{S}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{2aS}{3}}} + \sqrt{\frac{2S}{3a}}$

$$t_A = 2\sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{S}{3} \cdot \sqrt{\frac{3}{2aS}}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$t_A = 2\sqrt{\frac{2S}{3g}} + \sqrt{\frac{S}{g}}$$

Полным: Борис (Б): Борис делит общее время Зеня на три равные части:

1. Первая треть времени ($t_B/3$): Борис с постоянным ускорением (a)
2. Вторая треть времени ($t_B/3$): Борис с постоянной скоростью (v)
3. Третья треть времени ($t_B/3$): Замедляется с ускорением $-a$

1. Первая треть времени: Конечная скорость Бориса равна 0. Используем уравнение равноускоренного движения:

$$v = u + at \Rightarrow v = 0 + a\left(\frac{t_B}{3}\right) = \frac{at_B}{3}$$

Пройденный путь: $S_1 = ut + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \frac{1}{2}a\left(\frac{t_B}{3}\right)^2 = \frac{at_B^2}{18}$

2. Вторая треть времени: Борис движется с постоянной скоростью $v = \frac{at_B}{3}$. Пройденный путь: $S_2 = v \cdot t = \frac{at_B}{3} \cdot \frac{t_B}{3} = \frac{at_B^2}{9}$

3. Третья треть времени: Борис замедляется с ускорением $-a$. Конечная скорость: $v_f = v_i + at = \frac{at_B}{3} + (-a)\left(\frac{t_B}{3}\right) = 0$

Пройденный путь: $S_3 = v_i t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{at_B}{3} \cdot \frac{t_B}{3} + \frac{1}{2}(-a)\left(\frac{t_B}{3}\right)^2 =$
 $= \frac{at_B^2}{9} - \frac{at_B^2}{18} = \frac{at_B^2}{18}$

Общий путь Бориса: Суммируем пути всех трех частей:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{at_B^2}{18} + \frac{at_B^2}{9} + \frac{at_B^2}{18} = \frac{at_B^2}{18} + \frac{2at_B^2}{18} + \frac{at_B^2}{18} =$$

$$= \frac{4at_B^2}{18} = \frac{2at_B^2}{9}$$

Решим уравнение относительно t_B :

$$S = \frac{2at_B^2}{9} \Rightarrow t_B^2 = \frac{9S}{2a} \Rightarrow t_B = \sqrt{\frac{9S}{2a}} = \frac{3\sqrt{S}}{\sqrt{2a}}$$

2. Сравним время Антона и Бориса: Понятно у нас есть выражения для общего времени Антона t_A и Бориса t_B :

$$t_A = 2\sqrt{\frac{2S}{3g}} + \sqrt{\frac{S}{g}}; \quad t_B = \frac{3\sqrt{S}}{\sqrt{2g}}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
		Шифр	

Для ~~сравнения~~ сравнения t_A и t_B , упростим оба выражения.

Упрощение t_A

$$t_A = 2\sqrt{\frac{2S}{3a}} + \sqrt{\frac{S}{a}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{S}{a}} + \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{S}{a}}$$

$$t_A = \left(2\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \cdot \sqrt{\frac{S}{a}}$$

Вычислим коэффициенты: $2\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 2 \cdot 0,8165 \approx 1,633$

$$\sqrt{\frac{1}{3}} \approx 0,4082$$

$$t_A \approx (1,633 + 0,4082) \cdot \sqrt{\frac{S}{a}} \approx 2,041 \cdot \sqrt{\frac{S}{a}}$$

Упрощение t_B :

$$t_B = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2a}} = 3\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{S}{a}} \approx \cancel{3} \cdot 0,7071 \cdot \sqrt{\frac{S}{a}} \approx 2,121 \cdot \sqrt{\frac{S}{a}}$$

Сравнение t_A и t_B

$$t_A \approx 2,041 \cdot \sqrt{\frac{S}{a}}$$

$$t_B \approx 2,121 \cdot \sqrt{\frac{S}{a}}$$

Таким образом, $t_A < t_B$, что означает, что Антон придет к фирмке Бориса раньше.

Разница во времени Δt

$$\Delta t = t_B - t_A \approx 2,121 \cdot \sqrt{\frac{S}{a}} - 2,041 \cdot \sqrt{\frac{S}{a}} \approx 0,08 \cdot \sqrt{\frac{S}{a}}$$

Ответ: Антон придет к фирмке раньше,

обогнав Бориса на $\approx 0,08 \cdot \sqrt{\frac{S}{a}}$.

~ 2 -

1. Уравнения функции для каждого мячика:

Для первого мячика: $x_1(t) = v_0 \cos(\alpha) \cdot t$
 $y_1(t) = v_0 \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

Для второго мячика: $x_2(t) = S - v_0 \cos(\beta) \cdot t$

$$y_2(t) = v_0 \sin(\beta) \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

2. Расстояние между мячиками в любой момент времени t :

$$d(t) = \sqrt{(x_2(t) - x_1(t))^2 + (y_2(t) - y_1(t))^2}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

3. Минимум из двух расстояний:

Для нахождения минимального расстояния необходимо найти минимум функции $d(t)$. Это можно сделать, когда производная $d'(t)$ по времени t и приравнять её к нулю.
Однако, для упрощения, можно рассмотреть квадрат расстояния:

$$d^2(t) = (x_2(t) - x_1(t))^2 + (y_2(t) - y_1(t))^2$$

Подставим выражения для $x_1(t)$, $x_2(t)$, $y_1(t)$ и $y_2(t)$:

$$d^2(t) = (S - v_0(\cos(\alpha) + \cos(\beta))t)^2 + (v_0(\sin(\alpha) - \sin(\beta))t)^2$$

Упростим выражение:

$$d^2(t) = S^2 - 2Sv_0(\cos(\alpha) + \cos(\beta))t + v_0^2(\cos(\alpha) + \cos(\beta))^2t^2 + v_0^2(\sin(\alpha) - \sin(\beta))^2t^2$$

Объединим подобные члены:

$$d^2(t) = S^2 - 2Sv_0(\cos(\alpha) + \cos(\beta))t + v_0^2[(\cos(\alpha) + \cos(\beta))^2 + (\sin(\alpha) - \sin(\beta))^2]t^2$$

используем тригонометрические тождества:

$$(\cos(\alpha) + \cos(\beta))^2 + (\sin(\alpha) - \sin(\beta))^2 = 2 + 2\cos(\alpha + \beta)$$

Таким образом:

$$d^2(t) = S^2 - 2Sv_0(\cos(\alpha) + \cos(\beta))t + v_0^2(2 + 2\cos(\alpha + \beta))t^2$$

4. Находим время t , при котором расстояние минимально. Для нахождения минимума $d^2(t)$, возьмём производную по t и приравняем её к нулю:

$$\frac{d}{dt} d^2(t) = -2Sv_0(\cos(\alpha) + \cos(\beta)) + 2v_0^2(2 + 2\cos(\alpha + \beta))t = 0$$

Решим уравнение относительно t :

$$t = \frac{S(\cos(\alpha) + \cos(\beta))}{v_0(2 + 2\cos(\alpha + \beta))}$$

5. Подставим t обратно в выражение для $d^2(t)$:

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Подставим найденное + в выражение для $d^2(+)$:

$$d_{min}^2 = S^2 - 2Sv_0(\cos(\alpha) + \cos(\beta)) \cdot \frac{S(\cos(\alpha) + \cos(\beta))}{v_0(2 + 2\cos(\alpha + \beta))} + v_0^2(2 + 2\cos(\alpha + \beta)) \cdot \left(\frac{S(\cos(\alpha) + \cos(\beta))}{v_0(2 + 2\cos(\alpha + \beta))} \right)^2$$

Упростим выражение:

$$d_{min}^2 = S^2 - \frac{2S^2(\cos(\alpha) + \cos(\beta))^2}{2 + 2\cos(\alpha + \beta)} + \frac{S^2(\cos(\alpha) + \cos(\beta))^2}{2 + 2\cos(\alpha + \beta)}$$

$$d_{min}^2 = S^2 - \frac{S^2(\cos(\alpha) + \cos(\beta))^2}{2 + 2\cos(\alpha + \beta)}$$

Таким образом, минимальное расстояние между мячиками:

$$d_{min} = S \sqrt{1 - \frac{(\cos(\alpha) + \cos(\beta))^2}{2 + 2\cos(\alpha + \beta)}}$$

Ответ: минимальное расстояние,

$$d_{min} = S \sqrt{1 - \frac{(\cos(\alpha) + \cos(\beta))^2}{2 + 2\cos(\alpha + \beta)}} \quad 1/30$$

~ 4 -

1. Потенциал в вершинах треугольника:

• Потенциал, создаваемый зарядом q_1 в вершине, где находится заряд q_2 и q_3 , равен: $\varphi_1 = \frac{kq_1}{a}$

• Аналогично, потенциалы, создаваемые зарядами q_2 и q_3 , равны: $\varphi_2 = \frac{kq_2}{a}$, $\varphi_3 = \frac{kq_3}{a}$ Здесь k - постоянная Кулона

2. Сила, действующая на первый шарик:

• Сила, с которой заряд q_2 действует на заряд q_1 , направлена вдоль стороны треугольника и равна:
 $F_{21} = \frac{kq_1q_2}{a^2}$

• Аналогично, сила, с которой заряд q_3 действует на заряд q_1 , равна: $F_{31} = \frac{kq_1q_3}{a^2}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

- Рассчитать результирующую равнодействующую, углы между силами $F_{2,1}$ и $F_{3,1}$ составляют 60° :

3. Результирующая сила:

- Результирующая сила F_1 из зарядов q_1 может быть найдена как векторная сумма сил $F_{2,1}$ и $F_{3,1}$:

$$F_1 = \sqrt{F_{2,1}^2 + F_{3,1}^2 + 2F_{2,1}F_{3,1}\cos(60^\circ)}$$

- Жодемская выразила q_1 из $F_{2,1}$ и $F_{3,1}$, получаем:

$$F_1 = \frac{kq_1}{a^2} \sqrt{q_2^2 + q_3^2 + q_2q_3}$$

Ответ:

$$F_1 = \frac{kq_1}{a^2} \sqrt{q_2^2 + q_3^2 + q_2q_3}$$

~ 5 -

1. Парциальное давление водяного пара:

- При относительной влажности 10%:

$$p_{\text{пар},1} = 0,1 \cdot 9000 = 900 \text{ Па}$$

- При относительной влажности 30%:

$$p_{\text{пар},2} = 0,3 \cdot 9000 = 2700 \text{ Па}$$

2. Парциальное давление сухого воздуха:

- При влажности 10%: $p_{\text{сух},1} = 100000 - 900 = 99100 \text{ Па}$

- При влажности 30%: $p_{\text{сух},2} = 100000 - 2700 = 97300 \text{ Па}$

3. Плотность влажного воздуха:

- Для влажности 10%:

$$\rho_1 = \frac{(99100 \cdot 0,02897 + 900 \cdot 0,018015)}{8,314 \cdot 316,15} \approx 1,098 \text{ кг/м}^3$$

- Для влажности 30%:

$$\rho_2 = \frac{(97300 \cdot 0,02897 + 2700 \cdot 0,018015)}{8,314 \cdot 316,15} \approx 1,0685 \text{ кг/м}^3$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

4. Плотность воздуха в шаре:

$$\rho_{H_2} = \frac{110000 \cdot 0,002018}{8,314 \cdot 316,15} \approx 0,0844 \text{ кг/м}^3$$

5. Разность в плотностях воздуха:

$$\Delta \rho = \rho_1 - \rho_2 = 1,098 - 1,0685 = 0,0295 \text{ кг/м}^3$$

6. Разность подъемных сил:

$$\Delta F = \Delta \rho \cdot V \cdot g = 0,0295 \cdot 5000 \cdot 9,81 \approx 1447 \text{ Н}$$

7. Масса баллона:

$$\Delta m = \frac{\Delta F}{g} = \frac{1447}{9,81} \approx 147,5 \text{ кг}$$

Суммарная масса 150 кг

Ответ: 150 кг