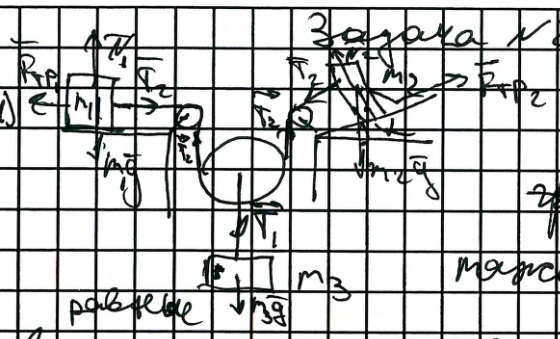
Место для скобы

Шифр 359Ф-10-20

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
54			

Задача №2

1) 

Расставим силы, действующие на ~~три~~ блок. Т.к. верхняя нить нерастяжима, то на блок вверх действуют две силы натяжения нити:

$2T_2 = T_1$ $\quad T_1 = m_3 g$

$T_2 = \frac{T_1}{2} = \frac{m_3 g}{2}$

Рассмотрим силы действующие на m_1, ~~m_2~~:

$F_{тр_1} = T_2 = \frac{m_3 g}{2}$ $\quad m_1 g = N_1$ $\quad F_{тр_1} = N_1 \mu = m_1 g \mu$

$F_{тр_1} = N_1 \mu$ $\quad m_1 g \mu = \frac{m_3 g}{2} \Rightarrow \mu = \frac{m_3}{2 m_1}$

Рассмотрим силы, действующие на m_2

$T_2 + \sin\alpha\, m_2 g = F_{тр_2} = N_2 \mu = m_2 g \mu \cos\alpha$

$\frac{m_3 g}{2} + \sin\alpha\, m_2 g = m_2 g \cos\alpha\, \mu$

$\mu = \frac{m_3}{2\cos\alpha\, m_2} + tg\alpha$

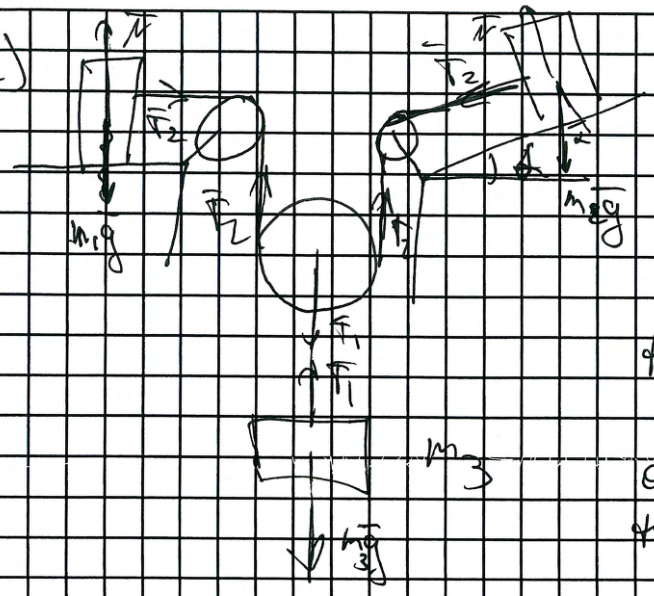
$\mu = \frac{m_3}{2\cos\alpha\, m_2} + tg\alpha = \frac{m_3}{2m_1}$

Смотри лист 2.

Место для скобы

Шифр 359Ф-10-20

2)



Рассмотрим 2.3. Ньютона на

m_1:

$T_2 = m_1 a_1$

На m_2: $m_2 a_2 = T_2 + \sin\alpha\, m_2 g$

$m_2 a_2 = m_1 a_1 + \sin\alpha\, m_2 g$

$a_2 = a_1 \frac{m_1}{m_2} + \sin\alpha\, g$

~~На m_3: $m_3 a_3 = m_3 g - T_1$~~

~~На блок:~~

Т.к. блок невесомый будем считать систему груза m_3 и блока за одно тело массой m_3:

$$m_3 a_3 = m_3 g - 2T_2 = m_3 g - 2 m_1 a_1 \Rightarrow a_3 = g - 2\frac{m_1}{m_3} a_1$$

Пусть пройдёт с момента старта малое время Δt, тогда 1 груз сместится на $S_1 = \frac{a_1 \Delta t^2}{2}$

2 груз на $S_2 = \frac{a_2 \Delta t^2}{2}$

3 груз на $S_3 = \frac{a_3 \Delta t^2}{2}$

При этом из-за того что блок подвижный:

$$S_3 = \frac{S_1 + S_2}{2} \Rightarrow \frac{a_3 \Delta t^2}{2} = \frac{\frac{a_1 \Delta t^2}{2} + \frac{a_2 \Delta t^2}{2}}{2}$$

$$a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2} = g - 2\frac{m_1}{m_3} a_1$$

$$\frac{a_1 + a_1 \frac{m_1}{m_2} + \sin\alpha\, g}{2} = g - 2\frac{m_1}{m_3} a_1$$

смотри лист 3

$$a_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)+\sin\alpha g = 2g - 4\frac{m_1}{m_3}a_1$$

$$a_1\left(1+3\frac{m_1}{m_2}\right) = g(2-\sin\alpha g) \qquad a_1\left(1+3\frac{m_1}{m_2}+4\frac{m_1}{m_3}\right) = g(2-\sin\alpha g)$$

$$\cancel{a_1 = \frac{2-\sin\alpha g}{1+3\frac{m_1}{m_2}}} \qquad a_1 = \frac{g(2-\sin\alpha)}{1+3\frac{m_1}{m_2}+4\frac{m_1}{m_3}}$$

$$\cancel{a_2 = a_1\frac{m_1}{m_2}+\sin\alpha g} \qquad a_2 = a_1\frac{m_1}{m_2}+\sin\alpha g$$

$$a_2 = \frac{g(2-\sin\alpha)}{1+\frac{m_1}{m_2}+4\frac{m_1}{m_3}}\cdot\frac{m_1}{m_2}+\sin\alpha g$$

$$a_3 = g-2\frac{m_1}{m_3}a_1 = g\left(1-\frac{2-\sin\alpha}{1+\frac{m_1}{m_2}+4\frac{m_1}{m_3}}\right)$$

Ответ: 1) $T_1 = m_3 g$; $T_2 = \frac{m_3 g}{2}$; $\mu = \frac{m_3}{2m_2+\operatorname{tg}\alpha} = \frac{m_3}{2m_1}$

2) $a_1 = \frac{g(2-\sin\alpha)}{1+\frac{m_1}{m_2}+4\frac{m_1}{m_3}}$

$$a_2 = a_1\frac{m_1}{m_2}+\sin\alpha g \qquad \frac{g(2-\sin\alpha)}{1+\frac{m_1}{m_2}+4\frac{m_1}{m_3}}\cdot\frac{m_1}{m_2}+\sin\alpha g$$

$$a_3 = g\left(1-\frac{2-\sin\alpha}{1+\frac{m_1}{m_2}+4\frac{m_1}{m_3}}\right)$$

Задача №1

т.к. шарик должен удариться то $h \leq R$

т.к. расстояние между соударениями должно быть максимальным, то потери энергии при ударе $= 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ удара абсолютно упругие

Запишем закон сохранения энергии для тела $\Delta E_k + \Delta E_п = A_н$

$$\frac{mv^2}{2} - mgh = A_т$$

смотри стр 4

Место для скобы

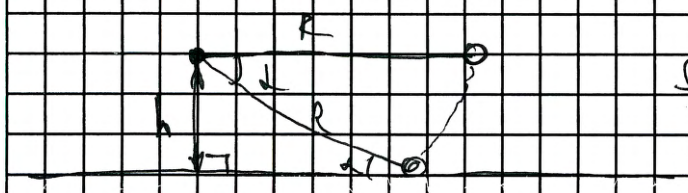
Шифр 35Ф-10-20

т.к. сила натяжения нити в каждой точке траектории ~~равн~~ перпендикулярна перемещению, то $A_T = 0$

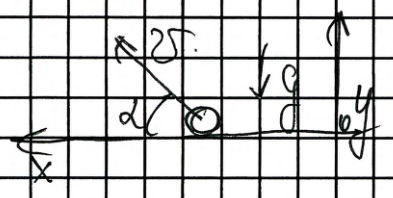
$$\frac{mv^2}{2} - mgh = 0$$

$$v^2 = 2gh$$

Т.к. нить невесомая, то после падения ~~её длина~~ т.к. шарик полетит в сторону точки 0 нить перестанет действовать на мяч (будет нерастянутой)



$$\sin\alpha = \frac{h}{R}$$



Oy: $S_y = v \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} = 0$ — в точке второго касания шара пола

$$v t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$t = \frac{2v\sin\alpha}{g}$$

Ox: $S_x = v\cos\alpha\, t = v\sqrt{1-\sin^2\alpha} \cdot \frac{2v\sin\alpha}{g}$

$$S_x = \cancel{v^2\sqrt{1-\sin^2\alpha}} \quad v^2\sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}} \cdot 2\frac{h}{Rg} =$$

$$= 2gh\sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}} \cdot 2\frac{h}{Rg} = 4h^2\frac{1}{R} \cdot \sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}}$$

при $R = 1$ $h = \frac{h}{R}$ Пусть $R = 1$

смотри лист 5

Место для скобы

Шифр 35Ф-10-20

Тогда $S_x = 4h^2 \cdot \sqrt{1-h^2} = 4\sqrt{h^4 - h^6}$

S_x – максимально при $h^4 - h^6$ – max

$y(h) = h^4 - h^6$

$y'(h) = 4h^3 - 6h^5 = 0 \qquad h = 0$

$4 - 6h^2 = 0$

$h^2 = \frac{4}{6} \Rightarrow h = \frac{2}{\sqrt{6}} \approx 0{,}82$

Ответ: 0,82

Задача 4

$V = a\sqrt{T} \Rightarrow T = \frac{V^2}{a^2}$

$Q = \Delta U + A$

$PV = \nu RT$

$PV = \nu R\frac{V^2}{a^2}$

$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1)$

$P = \nu R\frac{V}{a^2}$

2 3

$A = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \nu R\frac{V}{a^2}\,dV = \frac{\nu R}{a^2}\int_{V_1}^{V_2} V\,dV =$

$= \nu R\frac{1}{a^2}\left(\frac{V^2}{2}\right)\Big|_{V_1}^{V_2} = \nu R\frac{1}{a^2}\left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2}\right) =$

$= \nu R\frac{1}{a^2}\left(\frac{a^2T_2 - a^2T_1}{2}\right) = \nu R\left(\frac{T_2 - T_1}{2}\right) = A$

3

$Q = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}\nu R(T_2 - T_1) = 2\nu R(T_2 - T_1)$

3

$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{1}{2}\nu R(T_2 - T_1)}{2\nu R(T_2 - T_1)} = 0{,}25$

$Q = C\nu\Delta T$, где C – молярная теплоёмкость

смотри страницу 6.

Т.к. $Q = 2\nu R(T_2 - T_1)$ => то $C = \frac{Q}{\nu \Delta T} = 2R$ 2

Т.к. в процессе вычислений T_1 и T_2 были перем. можно изменять, то вместо T_1 и T_2 можно подставить любые числа при этом молярная теплоёмкость не будет зависеть от значений T_1 и T_2 => молярная теплоёмкость изменяться не будет 3

Ответ: $Q = 2\nu R(T_2 - T_1)$

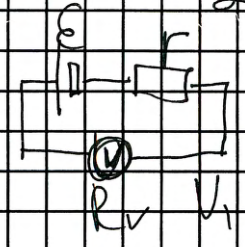
$\eta = 0{,}25 = 25\%$ 3

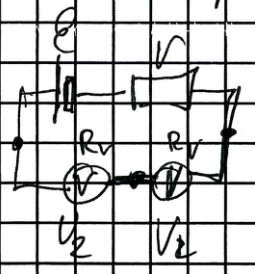
$C = 2R$ – не изменялось на протяжении всего процесса

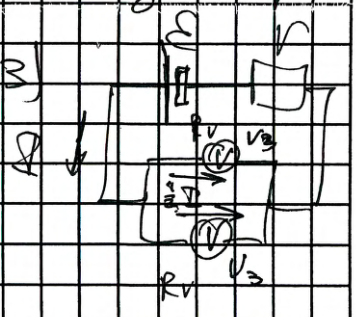
20

Задача 3

r – резистор неизв. сопр.

1) 

2) 

3) 

6

$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_V + r}$ $\quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{2R_V + r}$ $\quad I_3 = \frac{\mathcal{E}}{\frac{1}{2}R_V + r}$

$U_1 = R_V I_1$ $\quad U_2 = R_V I_2$

При идеальном вольтметре:

$R_V \gg r$ => $I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_V}$ => $U_1 = I_1 R_V = \mathcal{E}$ 2

$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{2R_V}$ => $U_2 = I_2 R_V = \frac{\mathcal{E}}{2}$ 2

$I_3 = \frac{\mathcal{E}}{\frac{1}{2}R_V}$ => $U_3 = I_3 R_V = \mathcal{E}$ 2

При идеальных вольтметрах: $U_1 : U_2 : U_3 = 1 : \frac{1}{2} : 1 = 2 : 1 : 2$

смотри страницу 7

4

Место для скобы

Шифр 35Ф-10-20

$\cancel{R_V = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_3}{\frac{1}{2}I_3} = \frac{2U_3}{I_2}}$

$I_1 = \frac{U_1}{R_V}; I_2 = \frac{U_2}{R_V}; I_3 = \frac{U_3}{\frac{1}{2}R_V}$

$\mathcal{E} = rI_1 + U_1 = r\frac{U_1}{R_V} + U_1 = U_1\left(\frac{r}{R_V}+1\right)$

$\mathcal{E} = rI_2 + 2U_2 = r\frac{U_2}{R_V} + 2U_2 = U_2\left(\frac{r}{R_V}+2\right)$

$\Big\} \; U_1\left(\frac{r}{R_V}+1\right) = U_2\left(\frac{r}{R_V}+2\right)$

$\mathcal{E} = rI_3 + U_3 = \frac{2U_2 - U_1}{U_1 - U_2}\cancel{R_V} \cdot \frac{U_3}{\frac{1}{2}\cancel{R_V}} + U_3$

$\mathcal{E} = U_3\left(\frac{4U_2 - 2U_1}{U_1 - U_2} + 1\right)$

$U_1\frac{r}{R_V} - U_2\frac{r}{R_V} = 2U_2 - U_1$

$\frac{r}{R_V} = \frac{2U_2 - U_1}{U_1 - U_2}$

$r = \frac{2U_2 - U_1}{U_1 - U_2}R_V$

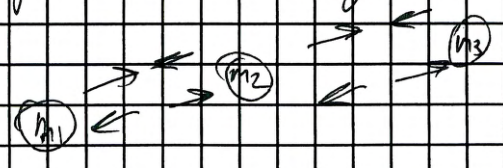
Ответ: $\mathcal{E} = U_3\left(\frac{4U_2 - 2U_1}{U_1 - U_2} + 1\right)$

при из вольтмет. $U_1 : U_2 : U_3 = 2 : 1 : 2$

/20

Задача №5

Возможно 4 случая направления сил упругостей пружин



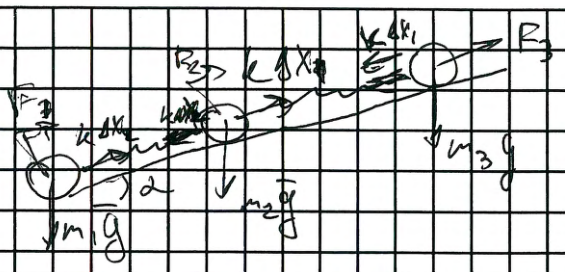
~~Возь~~ При этом мы не знаем соотношение масс грузов m_1, m_2 и m_3

1) Рассмотрим случай когда обе пружины растянуты. (Проверим соотношение масс m_1, m_2 и m_3 в данном случае!

смотри лист 8.

Место для скобы

Шифр 359Ф-10-20



$$m_1 g \sin\alpha = 2 m_1 g \operatorname{tg}\alpha \cos\alpha + k\Delta X_2$$

$$k\Delta X_2 = m_1 g \sin\alpha \quad (1)$$

$$m_2 g \sin\alpha + k\Delta X_2 = k\Delta X_1 + 2m_2 g \sin\alpha \quad (2)$$

$$k\Delta X_1 + m_3 g \sin\alpha = 2m_3 g \sin\alpha$$

$$k\Delta X_1 = m_3 g \sin\alpha \quad (3)$$

(3) в (2) => $m_2 g \sin\alpha + m_1 g \sin\alpha = 2m_2 g \sin\alpha + m_3 g \sin\alpha$

$$m_2 + m_1 = 2m_2 + m_3$$

$$m_1 = m_2 + m_3 \Rightarrow m_1 = 3m \quad (2m + m = 3m)$$

(1) $k\Delta X_2 = 3mg\sin\alpha$

$$\Delta X_2 = \frac{3mg\sin\alpha}{k}$$

m_2 => нет разницы чем какой груз в первом ~~первом~~ груз ставлен m_2 и m_3 ($2m$ или m), значит нужно выбирать по большему растяжению ΔX_1

~~(2) $m_2 g \sin\alpha + m_2 + 3m = m_3 + 2m_2$~~

Т.к. мы рассматриваем случай, при котором обе пружины растягиваются, то длина системы будет максимальной

$$k\Delta X_1 = m_3 g \sin\alpha$$

$$\Delta X_1 = \frac{m_3 g \sin\alpha}{k}$$ => при большем m_3, ΔX_1 больше

Т.к. мы ищем максимальное L, то и ΔX_1 должно быть максимальным => $m_3 = 2m$, тогда

$$\Delta X_1 = \frac{2m g \sin\alpha}{k}$$

$$L = 2L_0 + \Delta X_1 + \Delta X_2 = 2L_0 + \frac{2mg\sin\alpha}{k} + \frac{3mg\sin\alpha}{k} = 2L_0 + \frac{5mg\sin\alpha}{k}$$

При наклоненной грузов под плоскости

Ответ: $L_{max} = 2L_0 + \frac{5mg\sin\alpha}{k}$