

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
135	19.03.25	Бендерина	Я
Шифр		040113	

N1 $x^2 + y^2 = \frac{10xy}{3}$

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

$$x+y = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy} = \sqrt{\frac{10xy}{3} + 2xy} = \sqrt{\frac{16xy}{3}}$$

$$x-y = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy} = \sqrt{\frac{10xy}{3} - 2xy} = \sqrt{\frac{4xy}{3}}$$

$$\frac{x+y}{x-y} = \sqrt{\frac{16xy \cdot 3}{4xy}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}, \text{ но так как } x \text{ и } y - \text{полож. числа, то}$$

отрицательным
ответ быть не может
 $\Rightarrow$ ответ - 2.

Ответ: ~~12~~ 2

N2 Пусть

$$a \geq 1 = 1+1$$

$$b \geq 2 = 2+y \quad \text{где } x, y, z > 0 - \text{по усл.}$$

$$c \geq 3 = 3+z$$

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 \geq 21 \\ & (1+1)^2 + (2+y)^2 + (3+z)^2 \geq 21 \end{aligned}$$

$$\text{Доп-тб: } a+b+c \geq 7$$

$$1+1+y+2+z+3 \geq 7$$

$$x+y+z \geq 1$$

так x, y, z - действительные числа (входят в состав действ. чисел), то как минимум $x+y+z = 1+1+1 = 3 \geq 1$.
З.Н.Д.

Нужно убедиться, что равенство
также возможно.

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 5 & 4 & 0 & 4 & 0 \end{array}$$

№4 $y = x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0$ - приверсенос кв. ур.

По т. Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = \frac{-1}{2p^2} \end{cases}$$

Заметим, что:

$$\circ (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 = x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{p^2} = (-p)^2 = p^2$$

$$\circ (x_1^2 - x_2^2)^2 = x_1^4 + x_2^4 + 2x_1^2 x_2^2 = x_1^4 + x_2^4 + 2(x_1 x_2)^2 = x_1^4 + x_2^4 + \frac{2 \cdot 1}{4p^4} =$$

$$= x_1^4 + x_2^4 + \frac{1}{2p^4} = \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 = p^4 + \frac{2p^2}{p^2} + \frac{1}{p^4} = p^4 + \frac{1}{p^4} + 2$$

$$x_1^4 + x_2^4 = 2p^4 + \frac{1}{p^4} - \frac{1}{2p^4} = 2p^4 + \frac{2-1}{2p^4} = 2p^4 + \frac{1}{2p^4} + 2$$

Рассм. ф-цию:

$$\circ y = p^4 + \frac{1}{2p^4} - \sqrt{2}$$

$$\circ y = (p+1)^4 + \frac{1}{2(p+1)^4} - \sqrt{2} = (p+1)^2 (p+1)^2 + \frac{1}{2(p+1)^2 (p+1)^2} - \sqrt{2} =$$

$$= (p^2 + 2p + 1)(p^2 + 2p + 1) + \frac{1}{2(p^2 + 2p + 1)(p^2 + 2p + 1)} - \sqrt{2} =$$

$$= \underbrace{p^4 + 2p^3 + p^2 + 2p^3 + 4p^2 + 2p + p^2 + 2p + 1}_{a} + \frac{1}{2a} - \sqrt{2} =$$

$$= p^4 + 4p^3 + 6p^2 + 4p + 1 + \frac{1}{2p^4 + 8p^3 + 12p^2 + 8p + 2} - \sqrt{2}$$

$$y_1 - y = 4p^3 + 6p^2 + 4p + 1 - \frac{1}{2p^4} + \frac{1}{2p^4 + 8p^3 + 12p^2 + 8p + 2} =$$

$$= 4p^3 + 6p^2 + 4p + 1 + \frac{1}{8p^3 + 12p^2 + 8p + 2} \xrightarrow{?} \frac{a+1}{2a} = \frac{a^2+1}{2a} = \frac{a^2+1}{2a} =$$

$$\Rightarrow y(p) - \text{возраст. ф-ция} \Rightarrow x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \sqrt{2}$$