

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
85			

н 4

пусть в вершинах равностороннего Δ со сторонами Γ находятся заряды q_1, q_2 и q_3
т.к. величины равносторонней змк от змк, потенциалов, создаваемых этими зарядами в двух других вершинах равен

Тогда $\left[\frac{q}{r^2} \right] \Leftrightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{r}{k} \varphi_1 \\ q_2 = \frac{r}{k} \varphi_2 \\ q_3 = \frac{r}{k} \varphi_3 \end{cases}$

сила $\vec{F}_1$ складывается из сил взаимодействия $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ зарядов q_2 и q_3 соотв. зарядов q_1

Тогда $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ будем считать, что все заряды > 0 , тогда $\vec{F}_1$ - сила отталкивания также, как и $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$

по змк. $k = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F_2 = \frac{k}{r^2} \cdot q_1 \cdot q_2 = \frac{k}{r^2} \cdot \frac{r^2}{k^2} \cdot \varphi_1 \varphi_2 = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{k} = F_2$

$F_3 = \frac{k}{r^2} \cdot q_1 \cdot q_3 = \frac{k}{r^2} \cdot \frac{r^2}{k^2} \cdot \varphi_1 \varphi_3 = \frac{\varphi_1 \varphi_3}{k} = F_3$

из геометрии пав. $\Delta \Rightarrow \angle(\vec{F}_2, \vec{F}_3) = 60^\circ$

$\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ - коллинеарны силе:

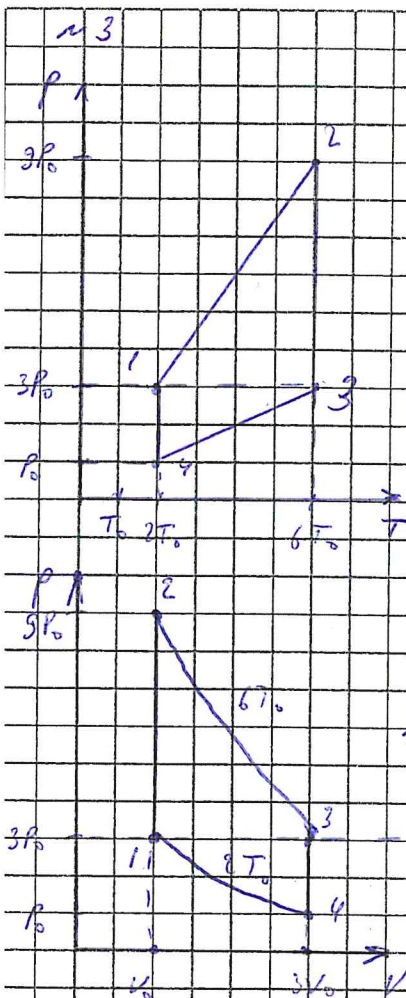
т. $\cos \angle ABC: F_1^2 = F_2^2 + F_3^2 - 2 F_2 F_3 \cos(120) =$
 $= F_2^2 + F_3^2 + \sqrt{3} F_2 F_3 = \left(\frac{\varphi_1 \varphi_2}{k} \right)^2 + \left(\frac{\varphi_1 \varphi_3}{k} \right)^2 + \sqrt{3} \frac{\varphi_1^2 \varphi_2 \varphi_3}{k^2} = F_1^2$

$$F_1 = \frac{\varphi_1}{k} \cdot \sqrt{\varphi_2^2 + \sqrt{3} \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2}$$

Отв: $F_1 = \frac{\varphi_1}{k} \cdot \sqrt{\varphi_2^2 + \sqrt{3} \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 920746



2-? Введем единицы объема и температуры:

V_0 и T_0 равные 1 кюлке
перемещен график в координаты $p(V)$:

3. М.-К.: $pV = \nu RT$. Заметим, что в процессах 1-2 и 3-4 зависимость линейно зависит от температуры: $p \propto T \Rightarrow$ процессы 1-2 и 3-4 - изотермические. Т.к. в процессах 2-3 и 4-1 температура не меняется - эти процессы изохорические.

Тогда график $p(V)$ имеет следующий вид:

из графика в условии видно, что T_1 и T_3 лежат на одной изохоре:

$$\begin{aligned} \text{т.к. } 3p_0V_1 &= 2\nu RT_0 \\ \text{т.к. } 5p_0V_2 &= 6\nu RT_0 \end{aligned} \Rightarrow \boxed{V_2 = 3V_1} \quad \text{пусть } V_1 = V_0 \Rightarrow V_2 = 3V_0$$

$\eta = \frac{A_{\Sigma}}{Q_{\text{подв}}}$, где A_{Σ} - площадь графика, $Q_{\text{подв}}$ - подводимое тепло

П.И.Т.: $Q = \Delta U + A$, где A - площадь под графиком
получим формулу для работы газа на изотерме:

$$\begin{cases} dA = p dV \\ pV = \nu RT \end{cases} \Rightarrow p = \frac{\nu RT}{V} \Rightarrow dA = \nu RT \frac{dV}{V} = \nu RT \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right), \quad \text{где } T - \text{температура изотермы. Тогда } A_{23} = 6\nu RT_0 \cdot \ln(3)$$

$A_{41} = -2\nu RT_0 \cdot \ln(3)$. В процессах 1-2 и 3-4 $A = 0$ т.е. изохоры

Тогда $A_{\Sigma} = A_{23} - A_{41} = 6\nu RT_0 \ln(3) - 2\nu RT_0 \ln(3) = \boxed{4\nu RT_0 \cdot \ln(3)}$ - работа газа за цикл

Заметим, что (температура) тепло подводится в процессах 1-2 и 2-3

$$Q_{1-2} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + A^0 = \frac{3}{2} \nu R \cdot 4T_0 = 6\nu RT_0$$

$$Q_{2-3} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + A = A_{23} = 6\nu RT_0 \ln(3) \quad \text{Тогда}$$

$$\eta = \frac{A_{\Sigma}}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{4\nu RT_0 \ln(3)}{6\nu RT_0 + 6\nu RT_0 \ln(3)} = \frac{4 \ln(3)}{6(1 + \ln(3))} = 0.3489 = 35\%$$

Оконч. $\eta = 35\%$

20

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

$r_{min} = \frac{g}{\omega^2}$ $r_{min} = 0$

Равенств в общем случае:

$y = \frac{g}{\omega^2} \sin \alpha \cdot t - \frac{g}{2} t^2$

$x = \frac{g}{\omega^2} \cos \alpha \cdot t$

Тогда $x(t) = x + g \alpha - \frac{g}{2\omega^2} (1 + g^2 \alpha)$, подставим координаты:

$x = S, y = 0$ т.к. мет. брошены и ловят на одной высоте

$0 = S \cdot g \alpha - \frac{g S^2}{2\omega^2} (1 + g^2 \alpha) \Rightarrow \frac{g S}{2\omega^2} g \alpha - g \alpha + \frac{g^3 S}{2\omega^4} = 0$

делим на $g \alpha$: $1 = 1 - \left(\frac{g S}{\omega^2} \right)^2$

$g \alpha = \frac{1}{\frac{2 g S}{2\omega^2}} \cdot \left(1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{g S}{\omega^2} \right)^2} \right)$

$g \alpha = \frac{\omega^2}{g S} \cdot \left(1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{g S}{\omega^2} \right)^2} \right)$

$\Rightarrow S \leq \frac{\omega^2}{g}$

Рассмотрим предельный случай $S = \frac{\omega^2}{g}$

подставив получаем: $g \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

при таком угле траектории эллипсич. метей совпадают, а сами мет. пересекаются в верхней точке траектории

$\Rightarrow r_{min} = 0$ при $\alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ$, при α_1, α_2 - углах, под которыми бросают, первой и второй метки соответственно.

при условии, что $S = \frac{\omega^2}{g}$

Ответ: $r_{min} = 0$, достигается при $S = \frac{\omega^2}{g}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

$\sim r$
 $A:$ $\begin{array}{c} \frac{v}{2} \quad \frac{v}{2} \quad \frac{v}{2} \\ \xrightarrow{a_1} \quad \xrightarrow{v} \quad \xleftarrow{a_1} \\ x \quad x \quad x \end{array}$ пусть у Антоха ускорение a_1
у Бориса ускорение a_2
 $B:$ $\begin{array}{c} \xrightarrow{a_2} \quad \xrightarrow{v} \quad \xleftarrow{a_2} \\ + \quad + \quad + \\ t \end{array}$ Рассмотрим движение Антоха по трем участкам.

$A:$ $\begin{cases} x = \frac{a_1 \cdot t^2}{2} & (1) \\ x = v \cdot t_2 & (2) \\ x = v \cdot t_2 - \frac{a_1 \cdot t_2^2}{2} & (3) \end{cases}$ Очевидно, что к концу скорости
Бориса замкнулись

Тогда время Боря Антоха на B и II
моментах равно

$$(1) + (3): 2x = v \cdot t \Rightarrow t_1 = t_3 = \frac{2x}{v} \quad ; \quad t_2 = \frac{x}{v}$$

Тогда $\sum t_A = 2t_1 + t_2 = \frac{5x}{v}$, где $x = \frac{S}{3} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \boxed{\sum t_A = \frac{5}{3} \cdot \frac{S}{v}}$ - время Боря Антоха.

Рассмотрим тоже самое для Бориса:

$B:$ $\begin{cases} x_1 = \frac{a_2 \cdot t^2}{2} & (1) \\ x_2 = v \cdot t & (2) \\ x_3 = v \cdot t_3 - \frac{a_2 \cdot t_3^2}{2} & (3) \end{cases}$ Видно, что $x_1 = x_3 = x$

$$(1) + (3) = 2x = v \cdot t$$

или тогда $S = x_1 + x_2 + x_3 = 2x + x_2 =$
 $= v \cdot t + v \cdot t = 2v \cdot t = S$

Т.е. Борис на каждом из трех этапов прошел одинаковые расстояния,
 $\sum t_B = 3 \cdot t \Rightarrow 2v \cdot \frac{t}{3} = S \Rightarrow \boxed{\sum t_B = \frac{3}{2} \cdot \frac{S}{v}}$

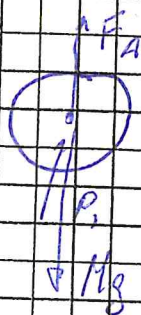
Т.к. $\frac{5}{3} \cdot \frac{S}{v} > \frac{3}{2} \cdot \frac{S}{v}$ первым к финишу придет Борис
 или $\Rightarrow t = \frac{S}{v} \cdot \left(\frac{5^{12}}{3} - \frac{3^{12}}{2} \right) = \frac{S}{5v}$

Ответ: первым придет Борис; $at = \frac{S}{5v}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

25



$P_A + \varphi \cdot P_B$ — боковая масса шара с воздухом
за N в начальном моменте
т.к. шар не изменил по величине

$$M_g = F_{A1} = gV_1 \cdot (\rho_{H_2O}^* + \rho_{O_2})$$

в конце: $(M - \sigma)g = F_{A2} = gV_2 \cdot (\rho_{H_2O}^* + \rho_{O_2})$, где σ —
масса воздуха в начальном моменте

$$P_{in} = P_{out} = P_A + \varphi \cdot P_B = 110 \text{ кПа} \quad P_{in} = 110 \text{ кПа}$$

это значит что боковая масса шара в 1 кПа создает
силу натяжения оболочки $\Rightarrow$

$$\frac{2\sigma}{R_1} = 1 \text{ кПа}, \text{ где } \sigma - \text{натяжение оболочки шара}$$

$$\text{Тогда } P_{in} = P_A + \varphi \cdot P_B + \frac{2\sigma}{R} \text{ — давление внутри шара}$$

у оболочки (поверхности), σ — коэффициент

$$P_{in} \cdot V_1 = \nu_{H_2} RT \Rightarrow \nu_{H_2} = \frac{P_{in} V_1}{RT} = \frac{11 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot (43 + 273)} = 203,448,2 \text{ моль}$$

кол-во вент. воздуха

$$\text{Тогда } m_{H_2} = \nu_{H_2} \cdot M_{H_2} = 203,448,2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 406,896 \text{ кг}$$

$$\text{Определим } \sigma: \frac{2\sigma}{R} = P_{in} - P_A - \varphi \cdot P_B \Rightarrow \sigma = \frac{R}{2} (P_{in} - \varphi P_B)$$

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi R_1^3 \Rightarrow R_1 = \left(\frac{3V_1}{4\pi} \right)^{1/3} \Rightarrow \sigma = \frac{(3V_1)^{1/3}}{2} (P_{in} - \varphi P_B) = 5309 \text{ Па}$$

Введем формулу для плотности газа:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V} = \frac{\mu \cdot \nu}{V} \\ \rho &= \mu \cdot \nu \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \rho &= \frac{\mu P}{RT} \\ \rho_{O_2} &= \frac{P_{O_2} \cdot \mu_{O_2}}{RT} \\ \rho_{H_2O} &= \frac{P_{H_2O} \cdot \mu_{H_2O}}{RT} \end{aligned} \right.$$

или использовать на след. стр. 26

из состояния

уравнение равновесия:

$$\begin{cases} Mg = \rho V_1 (p_{H_2O} + p_{O_2}) \\ (M - \sigma m) g = \rho V_2 (p'_{H_2O} + p_{O_2}) \end{cases} \quad \begin{cases} M = V_1 (p_{H_2O} + p_{O_2}) \\ M - \sigma m = V_2 (p'_{H_2O} + p_{O_2}) \end{cases}$$

$$\sigma m = V_1 (p_{H_2O} + p_{O_2}) - V_2 (p'_{H_2O} + p_{O_2})$$

Пускаем, что давление равновесия пара
меньше не изменилось $\Rightarrow \frac{2\sigma}{R} \approx 1 \text{ кПа}$

Тогда $(p_A + p_1 p_H + \frac{2\sigma}{R}) V_1 = (p_A + p_2 p_H + \frac{2\sigma}{R}) V_2$ - т.к. $T = \text{const}$

Тогда $1,1 \cdot V_1 = 1,031 V_2 \Rightarrow \boxed{V_2 = 1,008 V_1}$

$M = ?$ 12
спросить