Место для скобы

Шифр 08256

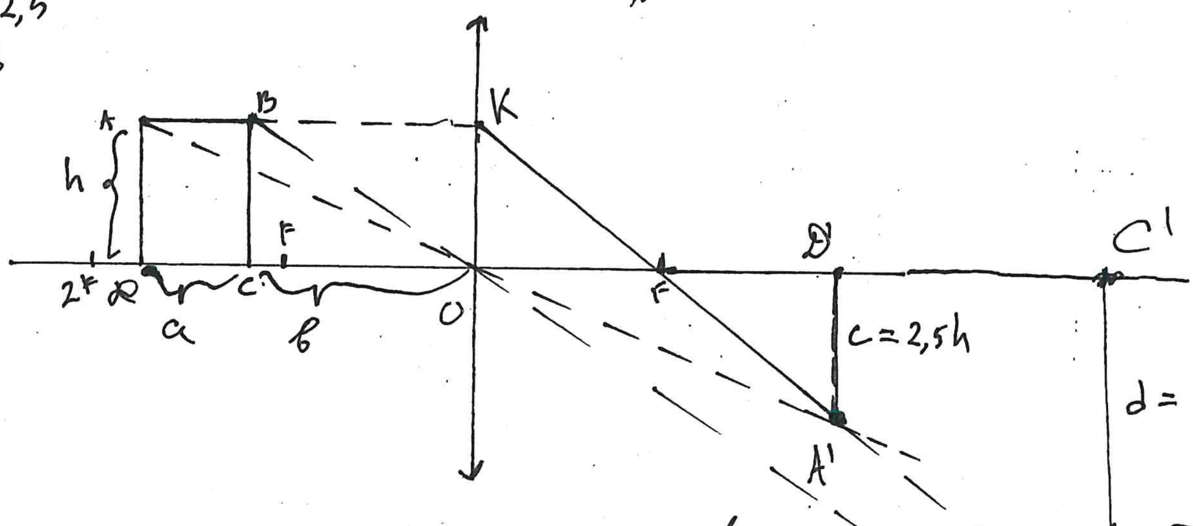
Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
67б.		Червинская А.С.	Ачер

$\Gamma_1 = 2,5$

$\Gamma_2 = 6$

№1.



Линза собирающая, увеличение > 1 => AD и BC находятся между F и 2F.

$\Gamma_1 = \frac{OD'}{OD} = \frac{c}{h}$, где $A'D' = c$

=> $c = 2,5h$

$\Gamma_2 = \frac{OC'}{OC} = \frac{d}{h}$ => $d = 6h$, где $d = C'B'$

~~S/x~~ $\triangle ADO \sim \triangle A'D'O$ (по 2м углам) =>

$\frac{OD'}{DO} = \frac{A'D'}{DA}$ $\quad \frac{OD'}{a+b} = \frac{5}{2}$ $\quad OD' = \frac{(a+b)2}{5}$

аналогично ~~OC'~~ $\triangle ADO \sim \triangle OC'B'$:

$\frac{DO}{OC'} = \frac{AD}{C'B'}$ $\quad \frac{a+b}{6C'} = \frac{1}{6}$ $\quad \cancel{a+b}$ $\quad OC' = 6(a+b)$

$D'C' = OC' - OD' = 6(a+b) - \frac{2}{3}(a+b) = 5,6(a+b)$.

скобы

Шифр 08256

Ур-ие тонкой линзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{a+b} + \frac{1 \cdot 5}{2(a+b)}$

$\frac{1}{F} = \frac{7}{a+b}$ $\frac{1}{F} = \frac{1}{b} + \frac{1}{6(a+b)}$

$\frac{1}{F} = \frac{6(a+b)+b}{6b(a+b)} = \frac{6a+7b}{6b(a+b)}$

$\frac{7}{a+b} = \frac{6a+7b}{6b(a+b)} \Rightarrow 7 = \frac{6a+7b}{6b}$

$42b = 6a+7b$

$35b = 6a \Rightarrow$ ~~b~~ ~~$a = \frac{35}{6}b$~~

~~$\Rightarrow D'C' = 5{,}6\left(b + \frac{35}{6}b\right) =$~~ ~~$a = \frac{35}{6}b$~~ $b = \frac{6a}{35}$

$D'C' = 5{,}6\left(\frac{6a}{35} + a\right) = \frac{152}{25}a$

$S_1 = h \cdot a$

$S_2 = \frac{(2{,}5h + 6h)}{2} \frac{125a}{25}$ – площадь $A'D'C'B'$ – трапеция.

$\frac{S_2}{S_1} = \frac{8{,}5h \cdot 125a}{50} \cdot \frac{1}{ha} = 21{,}25$

Ответ: 21,25. – 1 д б

№2.

08256

$v_1 = 8\ \frac{\text{миль}}{\text{час}}$

$v_2 = 10\ \frac{\text{миль}}{\text{час}}$

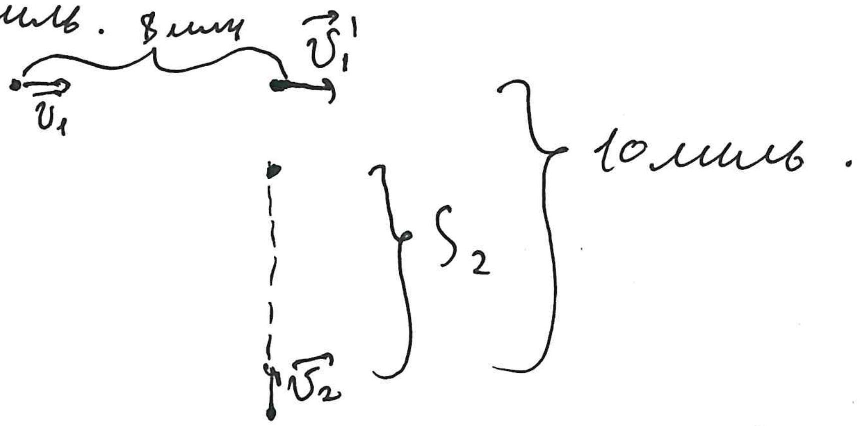
$a_{min} = ?$

Пусть за τ часов 1й корабль достигнет точки пересеч. траекторд. Тогда второй пройдёт путь

$$S_2 = v_2\tau + \frac{a\tau^2}{2}$$

$$S_1 = v_1\tau + \frac{a\tau^2}{2} = 8 \text{ миль}.$$

$\Delta S \geq 1$ миль.



$\Delta S = 10 \text{ миль} - S_2 \geq 1 \text{ миль} \Rightarrow S_2 \leq 9 \text{ миль}.$

$$\begin{cases} v_2\tau + \frac{a\tau^2}{2} \leq 9 \\ v_1\tau + \frac{a\tau^2}{2} = 8 \end{cases} \qquad \begin{cases} 10\tau + \frac{a\tau^2}{2} \leq 9 \\ 8\tau + \frac{a\tau^2}{2} = 8 \end{cases}$$

$$a = \frac{(8 - 8\tau)\cdot 2}{\tau^2}$$

$$10\tau + \frac{\cancel{\tau^2}}{\cancel{2}}\cdot\frac{(8-8\tau)\cdot\cancel{2}}{\cancel{\tau^2}} \leq 9$$

$2\tau + 8 \leq 9 \qquad \tau \leq \frac{1}{2} \qquad \cancel{a \leq} \quad a = \frac{(8-8\tau)\cdot 2}{\tau^2}$

$a_{min} \Rightarrow \tau_{max} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow a_{min} = \frac{\left(8 - 8\cdot\frac{1}{2}\right)\cdot 2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} =$

$= \frac{8}{\frac{1}{4}} = 32$ миль/ч^2

Ответ: $32\ \frac{\text{миль}}{\text{ч}^2}$ — 10б

№3.

$m_1 = 3$ кг.

$t_1 = 10^\circ C$

$m_2 = 4$ кг

$t_2 = 50^\circ C$

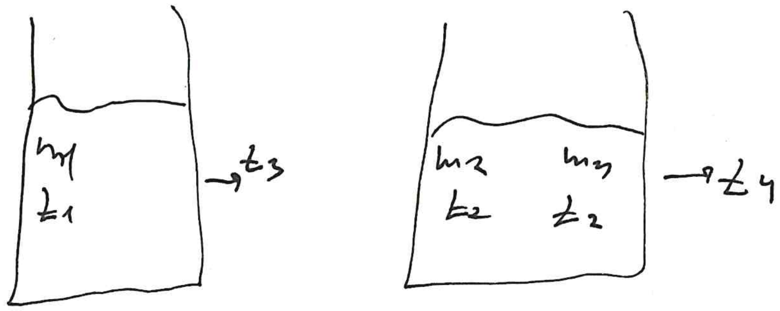
$m_3 = 1$ кг

$\Delta T < 5^\circ C$

$c_1 = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot {}^\circ C}$

$c_3 = 500 \frac{Дж}{кг \cdot {}^\circ C}$

$\Delta T_n < 5^\circ C$



нач. темп. алюмин. = t_2

Ур-е теплового баланса:

$\cancel{Q_1 = -}$ $\quad Q_1 + Q_2 = 0.$

$$c_1 m_1 (t_3 - t_1) = c_3 m_3 (t_2 - t_3)$$

$$c_1 m_2 (t_4 - t_2) = c_3 m_3 (t_3 - t_4)$$

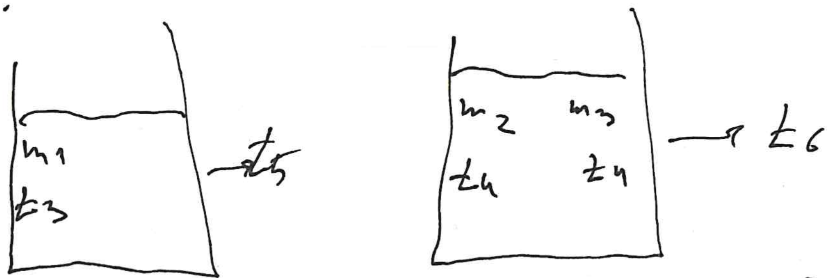
$$\Delta T_1 = t_4 - t_3$$

$$t_3 = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_3 m_3 t_2}{c_1 m_1 + c_3 m_3} = \frac{46}{3} {}^\circ C$$

$$\cancel{\Delta T_1 =} \quad t_4 = \frac{c_1 m_2 t_2 + c_3 m_3 t_3}{c_1 m_2 + c_3 m_3} = \frac{5086}{59} {}^\circ C$$

$\cancel{\Delta T_4}$ $\quad \Delta T_1 = \cancel{55,54^\circ C}$ $\quad 70,87^\circ C$

2й цикл:



$$c_1 m_1 (t_5 - t_3) = c_3 m_3 (t_4 - t_5)$$

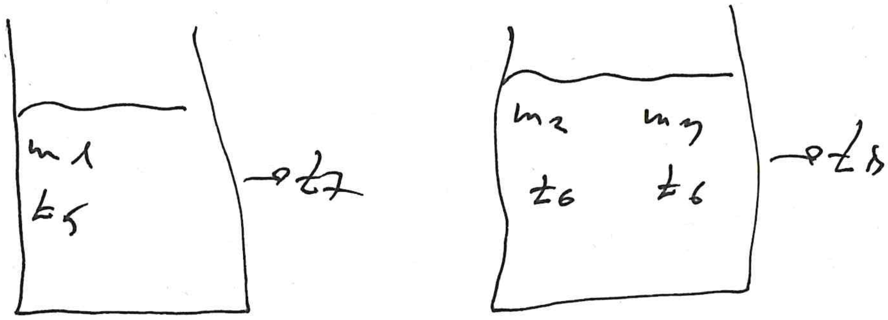
$$c_1 m_2 (t_6 - t_4) = c_3 m_3 (t_5 - t_6)$$

$$t_5 = \frac{c_1 m_1 t_3 + c_3 m_3 t_4}{c_1 m_1 + c_3 m_3} \approx 20^\circ C$$

$$t_6 = \frac{c_1 m_2 t_4 + c_3 m_3 t_5}{c_1 m_2 + c_3 m_3} \approx 82,84^\circ C$$

$\Delta T_2 = 62,84^\circ C.$

3й цикл:



$$t_7 = \frac{c_1 m_1 t_5 + c_3 m_3 t_6}{c_1 m_1 + c_3 m_3} \approx \frac{9071}{375} \,^\circ C \approx 24{,}2\,^\circ C.$$

$$t_8 = \frac{c_1 m_2 t_6 + c_3 m_3 t_7}{c_1 m_2 + c_3 m_3} \approx 79{,}9\,^\circ c$$

$\Delta T_3 = 55{,}66\,^\circ c.$

Заметим, что $q = \frac{\Delta T_3}{\Delta T_2} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \approx 0{,}89 \Rightarrow$

ΔT_n – убывающая геометрическая прогрессия со знаменателем q. $\Rightarrow \Delta T_n = \Delta T_1 q^{n-1} < 5\,^\circ c$

$70{,}87 \cdot 0{,}89^{n-1} < 5$ $\qquad n-1 > \log_q \frac{5^\circ c}{\Delta T_1}$

$0{,}89^{n-1} \leq 0{,}07$ $\qquad n > 1 + \log_{\frac{\Delta T_3}{\Delta T_2}} \frac{5^\circ c}{\Delta T_1}$.

$n-1 > \log_{0{,}89} 0{,}07$

$n-1 > 22{,}81 \Rightarrow n > 23{,}81 \Big| \Rightarrow n = 24.$

$n \in Z$
n-нат

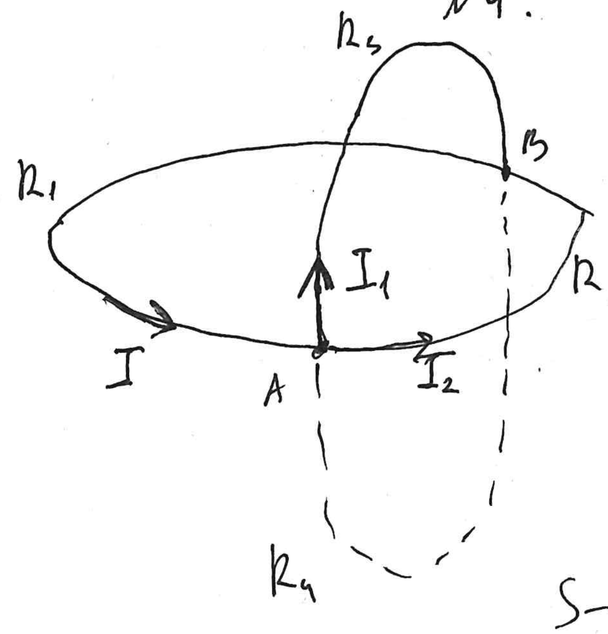
23

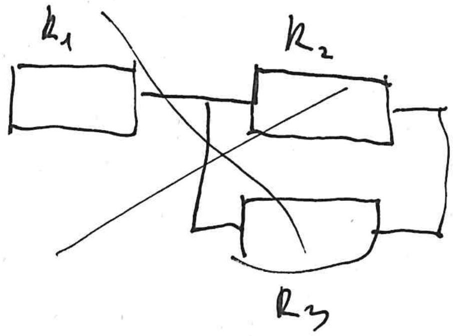
20б

Ответ: 24 цикла.

№4.

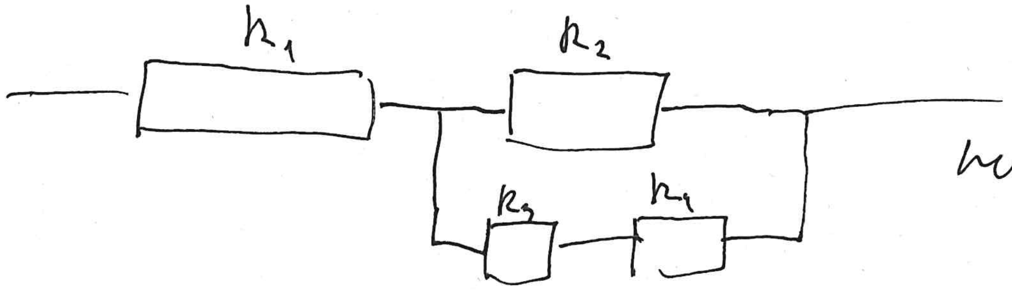
$l = \frac{1}{4}\pi r\cdot 2$





S – попереч. сеч. проволоки.

Эквивалентная схема:



R^* – эквивалентное сопротивл.

$$R_1 = \frac{\rho l}{S} = \frac{\rho\cdot 2\pi r}{S} = \frac{2\pi r\rho}{S}$$

сопротивление кольца.

$\rho_1 = \rho_2 = \rho$ – удельные сопротивления равны, т.к. кольца из одного материала.

Эквивалентное сопротивление определим несколькими этапами:

1) $R_{34} = R_3 + R_4$ послед. соед.

2) $$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{34}} = \frac{R_{34}+R_2}{R_2\cdot R_{34}}$$ – параллельное соединение

$$R_{234} = \frac{R_2(R_3+R_4)}{\cancel{R_{34}}\ R_3+R_4+R_2}$$

3) $$R_{1234} = R_1 + R_{234} = R_1 + \frac{R_2(R_3+R_4)}{R_2+R_3+R_4}$$ – послед. соед.

$$R_2 = \frac{\rho x}{S} = \frac{\rho \cdot 2\pi r}{4S} = \frac{\pi r \rho}{2S} = R_4$$

$R_2 = R_4$ (т.к. в точке B потенциал падает одинаково) $\Rightarrow R_3 = R_1 = \frac{\rho(l-x)}{S} = \frac{\rho\left(l - \frac{l}{4}\right)}{S} = \frac{3\rho l}{4S} = \frac{3\rho \cdot 2\pi r}{4S} =$

$$= \frac{3\pi r \rho}{2S} \Rightarrow R^* = R_{1234} = \frac{3\pi r \rho}{2S} + \frac{\frac{\pi r \rho}{2S}\left(\frac{3\pi r \rho}{2S} + \frac{\pi r \rho}{2S}\right)}{\frac{\pi r \rho}{2S} + \frac{3}{2}\frac{\pi r \rho}{S} + \frac{\pi r \rho}{2S}} =$$

$$= \frac{3}{2}\frac{\pi r \rho}{S} + \frac{\frac{\pi^2 r^2 \rho^2}{S^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2}{\frac{\pi r \rho}{S}\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)} = \frac{3}{2}\frac{\pi r \rho}{S} + \frac{1 \cdot \frac{\pi r \rho}{S}}{\frac{5}{2}} =$$

$$= \frac{19}{10}\frac{\pi r \rho}{S}$$

$$\frac{R^*}{R} = \frac{19}{10}\frac{\pi r \rho}{S} \cdot \frac{S}{2\pi r \rho} = \frac{19}{20}$$

13б

Ответ: в $\frac{19}{20}$ раз.

Стр 7.

$L \times L \times H$ № 5.

$L = 0{,}1$ м

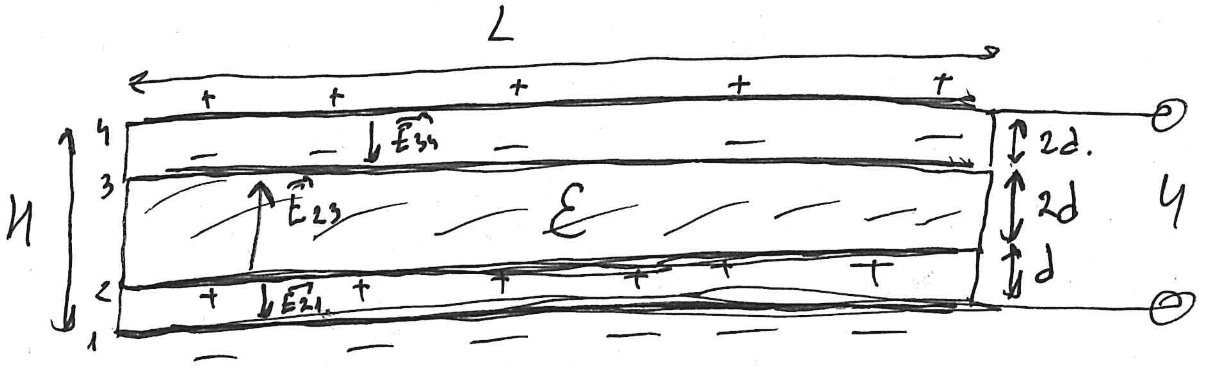
$H = 0{,}01$ м.

$d = 2\cdot 10^{-3}$ м.

$\varepsilon = 4$

$U = 400\cdot 10^{3}$ В

$E = \dfrac{20\cdot 10^{3}\text{ В}}{10^{-3}\text{ м}} = 2\cdot 10^{7}\dfrac{\text{В}}{\text{м}}$



~~$E_{23} = \dfrac{U}{x}$, где x — расстояние между 2 и 3ей пластиной.~~

~~$E_{21} =$~~

В момент пробоя:

$$E_{21} = \frac{U}{d} \qquad E_{23} = \frac{U}{(2d+x)}\cdot\frac{1}{\varepsilon} \qquad E_{34} = \frac{U}{(2d-x)}$$

(т.к. напряжённость в диэлектрике в ε раз меньше).

x — высота подъёма пластины 3.

$$\vec{E} = \vec{E}_{21} + \vec{E}_{23} + \vec{E}_{34} \text{ (суперпозиция полей).}$$

см. полярность на рис.: ⇒ $\vec{E}_{34}$, $\vec{E}_{21}$, $\vec{E}_{23}$, $\vec{E}$

$$|E| = E_{34} + E_{21} - E_{23} = \frac{U}{2d-x} + \frac{U}{d} - \frac{U}{\varepsilon(2d+x)} =$$

$$= U\left(\frac{d\varepsilon(4d^2-x^2) + \varepsilon(2d+x) - 2d^2 - dx}{d\varepsilon(4d^2-x^2)}\right)$$

$$\frac{4\cdot 10^{5}}{2\cdot 10^{-3}\cdot 4}\cdot\frac{1}{4\cdot 4\cdot 10^{-6} - x^2}\cdot\left(2\cdot 10^{-3}\cdot 4\cdot(4\cdot 4\cdot 10^{-6} - x^2) + 4\cdot 2\cdot 2\cdot 10^{-3} + 4x - 2\cdot 4\cdot 10^{-6} - 2\cdot 10^{-3}x\right) = \frac{5\cdot 10^{7}}{16\cdot 10^{-6} - x^2}\cdot\left(128\cdot 10^{-9} - 8\cdot 10^{-3}x^2 + 16\cdot 10^{-3} + 3{,}998x - 8\cdot 10^{-6}\right) = 2\cdot 10^{7}$$

$E d \mathcal{E}(4d^2 - x^2) = 4(d\mathcal{E} 4d^2 - d\mathcal{E}x^2 + 2d\mathcal{E} + \mathcal{E}x - 2d^2 - dx)$

$x^2(Ed\mathcal{E} - d\mathcal{E}) + x(\mathcal{E} - d) - 4Ed^3\mathcal{E} + 44d\mathcal{E}d^2 + 2d\mathcal{E} - 2d^2 = 0.$

$D = (\mathcal{E}-d)^2 - 4\mathcal{E}d(E-1)(-4Ed^3\mathcal{E} + 44d^3\mathcal{E} + 2d\mathcal{E} - 2d^2)$

$$x_{1,2} = \frac{d - \mathcal{E} \pm \sqrt{(\mathcal{E}-d)^2 - 4\mathcal{E}d(E-1)(-4Ed^3\mathcal{E} + 44d^3\mathcal{E} + 2d\mathcal{E} - 2d^2)}}{2(\mathcal{E}dE - d\mathcal{E})}$$

~~x_2 не подойдёт т.к. < 0.~~ x_2 не подойдет т.к. > 4

$V = x \cdot L \cdot L$

$$x = \frac{\sqrt{16307335{,}9} - 3{,}998}{319999{,}98} \approx 4 \cdot 10^{-3} м$$

$V = (4 \cdot 10^{-3}) \cdot 0{,}1^2 \approx 4 \cdot 10^{-5} м^3$

Ответ: $4 \cdot 10^{-5} м^3$. – 128