

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
12	20.03.24	Хмелева Г.Е.	Хмелева Г.Е.

$$1/2 \quad 1) 0 < x < \frac{1}{2}, \quad 0 < y < \frac{1}{2} \quad 2) y^2 - x^2 > y - x$$

$$\text{Доказ-ть: } y^3 - x^3 > y - x$$

$$y^2 - x^2 > y - x$$

$$(y-x)(y+x) - (y-x) > 0$$

$$(y-x)(y+x-1) > 0$$

н.н.

$$y = x \quad y = -x + 1$$



$$y < x$$

$$y > -x + 1$$

не подходит, т.к.

$$y \in (0, \frac{1}{2})$$

~~$y^3 - x^3$ чтобы $y^3 - x^3 > y - x$ было $\Rightarrow y > x$, достаточно, чтобы $y^3 - x^3 > y - x \Leftrightarrow y^2 - x^2 > y - x$ (т.к. $y^2 - x^2 > y - x$ по условию)~~

$$(y-x)(y^2 + xy + x^2) > (y-x)$$

$$(y-x)(y^2 + xy + x^2 - 1) > 0$$

$$(y-x)((y+x)^2 - xy - 1) > 0$$

I) Если $y < x$:

множитель $(y-x) < 0$, значит, чтобы произведение было > 0 , нужно чтобы 2 множитель тоже был отрицат.

Рассм. 2 множитель:

случай $(y-x)^2 - xy - 1 = t$ | Оценки: $0 \leq (y+x)^2 \leq 1$
 $\Rightarrow 0 - 0.1 + 1 \leq 1 - 0.25 - 1$ | $-1 \leq t \leq -0.25$ | $0 < x \cdot y \leq 0.25$
 \Rightarrow 2 множителя по формулам, т.к. $(y+x)^2 - xy - 1 < 0$

$y \geq -x + 1$

1) множитель $(y-x) \geq 0$

2) множитель $(y+x)^2 - xy - 1$

Оценки: $(y+x)^2 > 1$ (т.к. $x \in (0, \frac{1}{2})$)
 xy

П.к. условия выполнения, то x и y удовлетворяют неравенству $y - x \geq y + x$ и т.д. 75

Или Пусть $1000a + 100b + 10c + d$ - десятич. запись числа

$$\frac{10000a + 1000b + 100c + d}{a + b + c + d} = 9 + \frac{9(1110a + 111b + c)}{a + b + c + d}$$

знаем, чтобы отнынешнее было минимальным, нужно, чтобы знаменатель $9(1110a + 111b + c)$ было минимальным, а значит числитель дроби должен быть min, а знаменатель max

1) П.к. d нет в числителе, значит нужно брать d max, то есть $d = 9$ (чтобы максимизировать знаменатель)

