Место для скобы

**Шифр** Ф-62

## Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|---|---|---|---|
| 50б Пятьдесят баллов | 17.03.24 | Постникова Е.И. | |

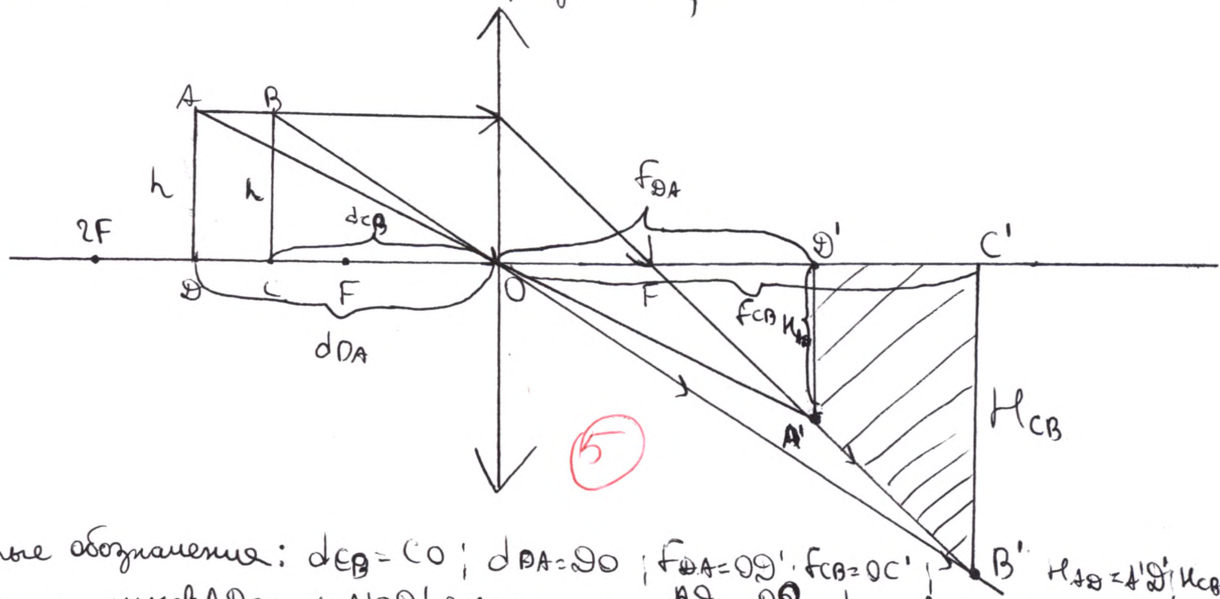
1) Дано:

$\Gamma_1 = 2,5$

$\Gamma_2 = 6$

$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}}$ - ?

Решение: Расположение фокуса не дано, зная, что $\Gamma = \frac{h}{H}$ получили, что если изображение стороны АД ~~увеличивается~~ больше предмета АД в 2,5 раза, а изображение ВС больше предмета ВС в 6 раз, при этом АД располагается левее ВС $\Rightarrow$ F будет располагаться справа от предмета, а 2F слева




$h = AD = CB$

Введём некоторые обозначения: $d_{CB} = CO$; $d_{DA} = DO$; $f_{DA} = OD'$; $f_{CB} = OC'$; $H_{AD} = A'D'$; $H_{CB} = \ldots$

Из подобия треугольников $ADO$ и $\triangle A'OD'$ следует, что $\frac{AD}{A'D'} = \frac{DO}{DO'} \Rightarrow \frac{h}{H_{AD}} = \frac{d_{DA}}{f_{DA}} \Rightarrow \frac{H_{AD}}{h} = \frac{f_{DA}}{d_{DA}}$

Т.к. $\Gamma_1 = \frac{H_{AD}}{h} \Rightarrow \frac{f_{DA}}{d_{DA}} = \Gamma_1 = 6 \Rightarrow f_{DA} = 2,5\, d_{DA}$ (4)

Аналогично, из подобия $\triangle BCO$ и $B'C'O$ следует, что $\frac{H_{CB}}{h} = \frac{f_{CB}}{d_{CB}} \Rightarrow \Gamma_2 = \frac{f_{CB}}{d_{CB}} = 6$, $f_{CB} = 6\, d_{CB}$ (5)

Запишем формулу тонкой линзы для АД: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d_{DA}} + \frac{1}{f_{DA}}$ (1), где F - фокус линзы, $d_{DA}$ - расстояние от предмета до оптического центра, $f_{DA}$ - расстояние от изображения до оптического центра. Аналогично, по формуле тонкой линзы для ВС:

$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_{CB}} + \frac{1}{f_{CB}}$ (2); У (1) и (2) одинаковые левые части $\Rightarrow$ можно приравнять правые

$\Rightarrow \frac{1}{d_{DA}} + \frac{1}{f_{DA}} = \frac{1}{d_{CB}} + \frac{1}{f_{CB}}$ (3) $\Rightarrow$ (4), (5) $\rightarrow$ (3): $\frac{1}{d_{DA}} + \frac{1}{2,5 d_{DA}} = \frac{1}{d_{CB}} + \frac{1}{6 d_{CB}} \Rightarrow \frac{3,5}{2,5 d_{DA}} = \frac{7}{6 d_{CB}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{d_{DA}}{d_{CB}} = \frac{3,5 \cdot 6}{2,5 \cdot 7} = \frac{6}{5}$ (6) $\Rightarrow d_{DA} = \frac{6}{5} d_{CB} \Rightarrow d_{CB} = \frac{5}{6} d_{DA}$ (6); $\boxed{\Gamma = \frac{H}{h}}$ увеличение линзы; $\Gamma_1 = \frac{H_{DA}}{h} \Rightarrow H_{DA} = 2,5h$ (7)

Аналогично, $H_{CB} = 6h$ (8)

Запишем формулы площадей для ABCD и A'B'C'D'

$S_{ABCD} = AD \cdot DC$; $S_{A'B'C'D'} = \frac{A'D' + B'C'}{2} \cdot D'C'$ => 2

$S_{ABCD} = (d_{DA} - d_{CB}) \cdot h$; $S_{A'B'C'D'} = \frac{H_{AD} + H_{CB}}{2} \cdot (f_{CB} - f_{DA})$; (9)

(7),(8) => (9)

$S_{ABCD} = (d_{DA} - \frac{5}{6} d_{DA}) \cdot h$; $S_{A'B'C'D'} = \frac{2,5h + 6h}{2} \cdot (6d_{CB} - 2,5 d_{DA})$ 2

$S_{ABCD} = \frac{d_{DA} \cdot h}{6}$; $S_{A'B'C'D'} = \frac{8,5h}{2} \cdot (5d_{DA} - 2,5 d_{DA})$ => $S_{A'B'C'D'} = \frac{8,5h \cdot 2,5 d_{DA}}{2}$

$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{8,5\cancel{h} \cdot 2,5 \cancel{d_{DA}} \cdot 6}{2 \cdot \cancel{d_{DA}} \cdot \cancel{h}} = 63,75$$ 2

Ответ: $\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = 63,75$

175

3) Дано:
I вода
$m_1 = 3$ кг
$t_1 = 10°C$
II вода II
$m_2 = 4$ кг
$t_2 = 90°C$
III брусок Al
$m = 1$ кг
$t_3 = 90°C$
$C_A = 900 \frac{Дж}{кг°C}$

$N_ц$ - ?

Решение: Когда брусок находится во втором калориметре, их система находится в состоянии теплового баланса => $t_{Al} = 90°C \overset{об.}{=} t_3$

1) Брусок помещают в калориметр 1, запишем уравнение теплового баланса: $Q_{отд\,Al} = Q_{пол\,I\,в}$ => $C_A \cdot m (t_3 - t_4) = C_в m_1 (t_4 - t_1)$, найдём $t_4$: $C_A \cdot m \cdot t_3 - C_A \cdot m \cdot t_4 = C_в m_1 t_4 - C_в m_1 t_1$ => $C_в m_1 \cdot t_4 + C_A m t_4 = C_A m t_3 + C_в m_1 t_1$

$$t_4 = \frac{C_A m t_3 + C_в \cdot m_1 \cdot t_1}{C_в m_1 + C_A m} = \frac{900 \cdot 90 + 4200 \cdot 3 \cdot 10}{4200 \cdot 3 + 900 \cdot 1} \approx 15,3°C$$ 2 2

Т.к наблюдается тепловое равновесие $t_{Al}$ тоже стало 15,3°C, а в калориметре 2 $t_в = 90°$

2) Запишем уравнение теплового баланса, ~~для~~ ~~[illegible]~~, когда брусок переложим в калориметр II: $Q_{отд\,в} = Q_{пол\,бр}$

$$C_в m_2 t_2 - C_в m_2 t_5 = C_A m t_5 - C_A m t_4 \Rightarrow t_5 = \frac{C_в m_2 t_2 + C_A m t_4}{C_A m + C_в m_2} =$$

$$= \frac{4200 \cdot 4 \cdot 90 + 900 \cdot 15,3}{900 + 4200 \cdot 4} \approx 86,2°C$$ (1 цикл завершён) 2 2

Аналогично: $t_6 = \frac{C_A m t_5 + C_в m_1 t_4}{C_в m_1 + C_A \cdot m} = \frac{900 \cdot 86,2 + 4200 \cdot 3 \cdot 15,3}{4200 \cdot 3 + 900 \cdot 1} \approx 20°C$

2 цикл

$$t_7 = \frac{C_в m_2 \cdot t_5 + C_A m t_6}{C_A \cdot m + C_в m_2} = \frac{4200 \cdot 4 \cdot 86,2 + 900 \cdot 20}{900 + 4200 \cdot 4} = 82,8°C$$

=> после конца цикла 2 t в калориметре 1 = 20°C, а в калориметре 2 $t_7 = 82°C$

Аналогично: $t_8 = \frac{C_A m t_7 + C_в m_1 t_6}{C_в m_1 + C_A m} = 24,2°C$

3 цикл 2

$$t_9 = \frac{C_в m_2 \cdot t_7 + C_A m t_8}{C_в m_1 + C_A m} = 78,8°C$$

Продолжение смотри на с. 4

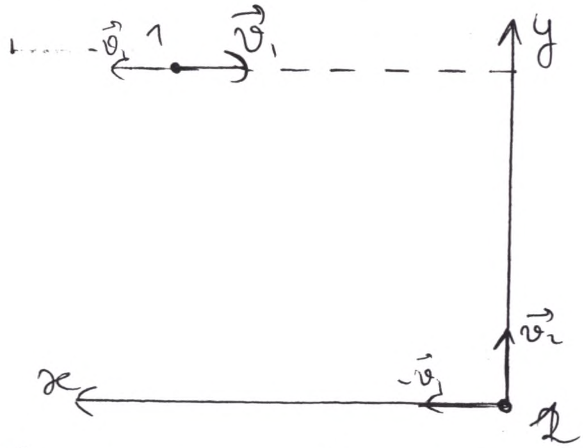
Место для скобы

Шифр Ф-62

2) Дано:
$v_1 = 8\frac{миль}{час}$
$v_2 = 10\frac{миль}{час}$

$a - ?$

Решение: т.к. скорость первого ~~больше~~ меньше скорости ~~большого~~ второго, а условие задачи требует, чтобы корабли встретились напрямую, когда первый первым проходит точку пересечения траекторий, получим, что ускорения не равны по направлению




$S_1 \le 9$ миль

Рассмотрим задачу в системе отсчёта первого тела. Будем отсчитывать тела вдоль осей x и y по принципу Галилея. Запишем уравнение движения для 2 тела: Ox: $S_1 = v_1 t + \frac{at^2}{2}$ (1)

(1)-(2): $S_1 - S_2 = (v_2 - v_1)t \Rightarrow t = \frac{1}{2}ч$ (3)

Oy: $S_2 = v_2 + \frac{at^2}{2}$ (2)

2 (-)

Если "a" будет меньше 40, условию задачи будет не удовлетворять.

(3)→(1): $9 = 8\cdot 0{,}5 + \frac{a\cdot 0{,}25}{2} \Rightarrow a = 40\frac{миль}{ч^2}$

Ответ: $a = 40\frac{миль}{ч^2}$

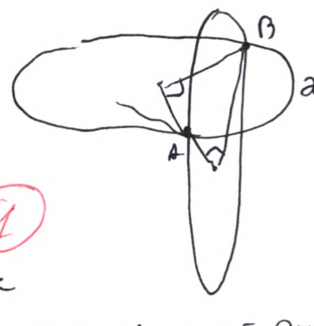
25.

4) Дано:
$\rho_1 = \rho_2 = \rho$
$x = \frac{L}{4}$
$S_1 = S_2 = S$

$\frac{R_{кольца}}{R_{AB}} - ?$

Решение: сопротивление находится по формуле: $R = \frac{\rho l}{S}$ (1)

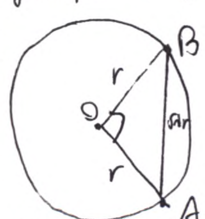
2




Запишем формулу для длины кольца
$l = 2\pi r \Rightarrow x = \frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi r}{2}$, т.к. $x = \frac{L}{4}$

1

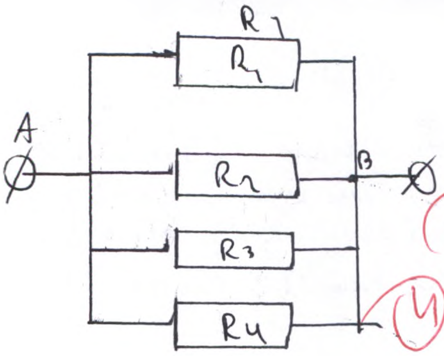
Точки A и B - общие точки для обоих дуг и т.к. кольца перпендикулярны угол, стягивающий дугу AB=x будет 90°. Из геометрии:




По теореме Пифагора в $\triangle AOB$: $AB = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2}r$

Аналогично, центральный угол другой окр-ти также будет 90°

~~Нарисуем~~ Нарисуем эквивалентную схему.




Резисторы $R_1, R_2, R_3, R_4$ показывают сопротивление участков: $R_1 = R_2 = \frac{\rho x}{S}$ | $R_3 = R_4 = \frac{3\rho x}{S}$

Резисторы подключены параллельно $\Rightarrow$

(4)

(2) $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{S}{\rho x} + \frac{S}{\rho x} + \frac{S}{3\rho x} + \frac{S}{3\rho x} = \frac{8S}{3\rho x}$

$\Rightarrow R_{AB} = \frac{3\rho x}{8S} = \frac{3\rho \cdot \frac{\pi r}{2}}{8S} = \frac{3\rho\pi r}{16S}$ (2)

$R_{кольца} = \frac{\rho l}{S} = \frac{\rho 2\pi r}{S} \Rightarrow \frac{R_{кольца}}{R_{AB}} = \frac{2\cancel{\rho\pi r}}{\cancel{S}} \cdot \frac{16\cancel{S}}{3\cancel{\rho\pi r}} = \frac{32}{3}$ (2)

Ответ: $\frac{R_{кольца}}{R_{AB}} = \frac{32}{3}$

13б

Продолжение №3: 4 цикл: $t_{10} = 28{,}3\ ^\circ C$; $t_{11} = 77{,}3\ ^\circ C$

5 цикл: $t_{12} \approx 31{,}6\ ^\circ C$; $t_{13} \approx 74{,}9\ ^\circ C$ | 6 цикл: $t_{14} \approx 34{,}5\ ^\circ C$; $t_{15} \approx 72{,}9\ ^\circ C$

7 цикл: $t_{16} \approx 37\ ^\circ C$; $t_{17} \approx 71\ ^\circ C$ | 8 цикл: $t_{18} \approx 39{,}3\ ^\circ C$; $t_{19} \approx 69{,}4\ ^\circ C$

(6)

9 цикл: $t_{20} \approx 41{,}3\ ^\circ C$; $t_{21} \approx 67{,}9\ ^\circ C$ | 10 цикл: $t_{22} \approx 43\ ^\circ C$; $t_{23} \approx 66\ ^\circ C$

11 цикл: $t_{24} \approx 44{,}6\ ^\circ C$; $t_{25} \approx 65{,}5\ ^\circ C$ | 12 цикл: $t_{26} \approx 46\ ^\circ C$; $t_{27} \approx 64{,}5\ ^\circ C$ | 13 цикл: $t_{28} \approx 47{,}3\ ^\circ C$; $t_{29} \approx 63{,}6\ ^\circ C$

~~11 цикл~~

14 цикл: $t_{30} \approx 48{,}3\ ^\circ C$; $t_{31} \approx 62{,}8\ ^\circ C$ | 15 цикл: $t_{32} \approx 49{,}3\ ^\circ C$; $t_{33} \approx 62{,}1\ ^\circ C$ | 16 цикл: $t_{34} \approx 50{,}1\ ^\circ C$; $t_{35} \approx 61{,}5\ ^\circ C$

17 цикл: $t_{36} \approx 50{,}9\ ^\circ C$; $t_{37} \approx 61{,}8\ ^\circ C$ | 18 цикл: $t_{38} \approx 51{,}5\ ^\circ C$; $t_{39} \approx 60{,}5\ ^\circ C$ | 19 цикл: $t_{40} \approx 52{,}1\ ^\circ C$; $t_{41} \approx 60\ ^\circ C$

20 цикл: $t_{42} \approx 52{,}6\ ^\circ C$; $t_{43} \approx 59{,}6\ ^\circ C$ | 21 цикл: $t_{44} \approx 53\ ^\circ C$; $t_{45} \approx 59{,}3\ ^\circ C$ | 22 цикл: $t_{46} \approx 53{,}41\ ^\circ C$; $t_{47} \approx 58{,}96\ ^\circ C$

23 цикл: $t_{48} \approx 53{,}78$; $t_{49} \approx 58{,}69$

$t_{49} - t_{48} = 58{,}69 - 53{,}78 = 4{,}91 < 5$

$\Rightarrow$ необходимо 23 цикла

Ответ: $N_ц = 23$

16б



9-6

Место для скобы

**Шифр** Ф-62

б) Дано:

$H = 0{,}01$ м

$L \times L = 10 \times 10$ см

$d = 2$ мм

$\varepsilon = 4$

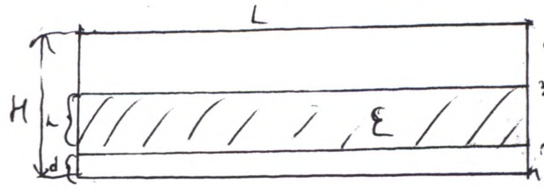
$h = 4$ мм

$U = 400 \cdot 10^{3}$ В

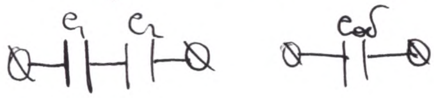
$E = 29 \frac{В}{м}$

$\varphi$ - ?

Решение:



данную схему можно представить в виде последовательно соединённых конденсаторов.



$\frac{1}{C_{об}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

Запишем формулу для электроемкости: $C_1 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d_1}$ (1)

$C_2 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d_2} \Rightarrow \frac{1}{C_{об}} = \frac{d_2}{\varepsilon \varepsilon_0 S} + \frac{d_1}{\varepsilon \varepsilon_0 S} \Rightarrow C_{об} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d_1 + d_2} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}$

$d_1 + d_2 = d$

$U = E \cdot d$ (1)

2б