Место для скобы

Шифр 024-2-11-33

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
11б (одиннадцать)	18.03.24	Лугина И. Э.	[signature]

1) отношение для числа 1099 будет $\frac{1099}{19}$

$$1099 : 19 = 57,84\ldots$$

$$\begin{array}{l} 1099 \mid 19 \\ -95 \quad 57,84\ldots \\ \;\; 149 \\ -133 \\ \;\;\; 160 \\ -152 \\ \;\;\;\; 80 \\ -76 \\ \;\;\;\; 4 \end{array}$$

$\Rightarrow \frac{1099}{19} \approx 57,84$

чтобы отношение числа к сумме его цифр было минимальным нужно взять минимальное число с большей суммой цифр

$\Rightarrow$ так первые 2 цифры должны быть минимально, т.е. 1 и 0, а последние максимальны, т.е. 99

$\Rightarrow$ для числа 1099 это отношение будет минимальным.

Ответ: 1099

18

2) имеем систему:

$$\begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \\ 0 < y < \frac{1}{2} \\ y^2 - x^2 > y - x \end{cases}$$

1. из системы имеем:

$0 < x + y < 1$

Док-ть:

$y^3 - x^3 > y - x$

2. $y^2 - x^2 > y - x$

$(y-x)(y+x) - (y-x) > 0$

$(y-x)(y+x-1) > 0$

т.к. $x+y<1$, то $y+x-1<0$

$\Rightarrow y - x < 0$

$y < x$

Место для скобы

Шифр 024-2-11-33

2) 3. $y^3 - x^3 > y - x$

пусть $y = 0,1$; $x = 0,3$

$\Rightarrow (0,1)^3 - (0,3)^3 > 0,1 - 0,3$

$0,001 - 0,027 > -0,2$

$-0,026 > -0,2$

ч т д

2б

5) Дано

$\triangle MNK$ – равностор.

F – средина MK

PF = QF

$S_{MNK} = 1$

$PQ \not\parallel MK$

Найти:

$\triangle PQ = ?$

Решение:

1. найдем сторону $\triangle MNK$

a – сторона

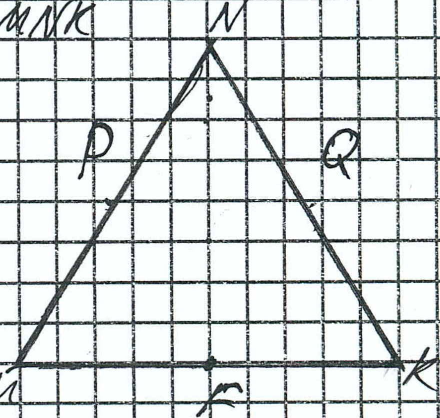
для равностор. $\triangle$:

$S = \frac{a^2}{2} \cdot \sin 60^\circ =$

$= \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 1$

$\Rightarrow a = \frac{2}{3^{1/4}}$



2) $MF = FK = \frac{1}{2} MK = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3^{1/4}} = \frac{1}{3^{1/4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

3. Т.к. средняя линия $\triangle$ всегда пара-на основанию, то $PQ \neq \frac{1}{2} MK$

$= PQ \neq \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

4. $\Rightarrow$ длина PQ может принимать значения от 0 до $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$ и до $\frac{2}{\sqrt[4]{3}}$

$PQ \in (0; \frac{1}{\sqrt[4]{3}}) \cup (\frac{1}{\sqrt[4]{3}}; \frac{2}{\sqrt[4]{3}})$

Ответ: $PQ \in (0; \frac{1}{\sqrt[4]{3}}) \cup (\frac{1}{\sqrt[4]{3}}; \frac{2}{\sqrt[4]{3}})$

2б

Место для скобы

Шифр 024-2-М-33

4) $\cos(2x)+\cos^{2023}(2x)+2024\cdot\cos^{2025}(2x)=\sin(x)+\sin^{2023}(x)+2024\cdot\sin^{2025}(x)$

$\cos(2x)=1-2\sin^2 x$

равносильность перехода не показана

$1-2\sin^2 x+(1-2\sin^2 x)^{2023}+2024\cdot(1-2\sin^2 x)^{2025}=\sin(x)+\sin^{2023}(x)+2024\sin^{2025}(x)$

$1-2\sin^2 x=\sin x$

$\Rightarrow 2\sin^2 x+\sin x-1=0$

ВЗП

$\sin x=t;\ t\in[-1;1]$

$\Rightarrow 2t^2+t-1=0$

6б

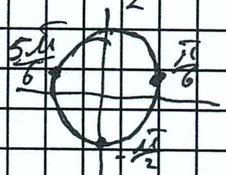
$D=9$

$t_1=-1 \quad t_2=\frac{1}{2}$

Вернемся к замене:

$\sin x=-1$

$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$



$\sin x=\frac{1}{2}$

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$

$x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$

Ответ: $\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi}{3}n, n\in Z$.