

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
12		Карасева	И
Шифр			042037

√1

x, y — цел. чис., $x > y$

$$x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy$$

$$2x^2 + 2y^2 - 5xy = 0 \quad y \neq 0$$

$$2\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2 - 5\left(\frac{x}{y}\right) = 0 \quad \frac{x}{y} = z$$

$$2z^2 - 5z + 2 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$z_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} \quad z_1 = 2, \quad z_2 = 0,5$$

$$\frac{x}{y} = 2 \Rightarrow x = 2y \quad \frac{x}{y} = 0,5 \text{ н.к. так как } x > y \Rightarrow \frac{x}{y} = 2$$

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{2y+y}{2y-y} = \frac{3y}{y} = 3$$

Ответ: 3

1	2	3	4	5	Σ
7	1	1	2	0	12

√2

Пусть $a^2 - a = m$ (целое число), $a^4 - a = n$ (целое число)

$$x^2 = a + m$$

$$x^4 = (a + m)^2$$

$$x^4 - a = (a + m)^2 - a = a^2 + 2am + m^2 - a = \underbrace{(a^2 - a)}_{m} + 2am + m^2 = m + 2am + m^2$$

Мы знаем, что $a^4 - a = n$ (целое число) и m тоже целое число. Значит, выражение $m + 2am + m^2$ должно быть целым числом.

Это возможно только если a это целое число, так как:

если a это дробное, то $2am$ будет дробным

если a это иррациональное, то $2am$ будет иррациональным

следовательно, a должно быть целым числом, что и требовалось доказать.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№4

Пусть:

 m_1 и m_2 — начальные массы яблок в первой и второй корзинах n_1 и n_2 — начальное количество яблок в первой и второй корзинах x — масса перекладываемого яблока M — общая масса всех яблок ($m_1 + m_2$) N — общее количество яблок ($n_1 + n_2$)

После первого перекладывания:

В I корзине: $\frac{m_1 - x}{n_1 - 1} = \text{средний вес} + 3\%$?Во II корзине: $\frac{m_2 + x}{n_2 + 1} = \text{средний вес} + 3\%$,

После второго перекладывания:

В I корзине: $\frac{m_1 - 2x}{n_1 - 2} = \text{средний вес} \cdot 1,03$ Во II корзине: $\frac{m_2 - 2x}{n_2 - 2} = \text{средний вес} \cdot 1,03$

$$x = 3 \cdot (n_1 + n_2 + 1) \quad \cap$$

$$x = 0,03M + 6$$

$$3 \cdot (n_1 + n_2 + 1) = 0,03M + 6$$

Птак как $M = m_1 + m_2$ и $N = n_1 + n_2$ и $M = Nx$

$$3 \cdot (N + 1) = 0,03Nx + 6$$

$$3N + 3 = 0,03Nx + 6 \Rightarrow 3N - 0,03Nx = 6 \Rightarrow N \cdot (3 - 0,03x) = 6 \Rightarrow N = \frac{3}{3 - 0,03x}$$

П.к. N должно быть целым числом (количество яблок не может быть дробным), знаменатель $(3 - 0,03x)$ должен быть делителем числа 3.

Единственный подходящий вариант, при котором знаменатель да-

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Есть целое число это когда:

$$3 - 0,03x = 0,03$$

$$0,03x = 2,97$$

$$x = \frac{2,97}{0,03} = 99$$

Таким образом, $x = 99$ грамм это единственное значение, которое удовлетворяет всем условиям задачи и даёт целочисленное количество яблок.

$$3 \cdot (N+1) = 2,97N + 6$$

$$3N + 3 = 2,97N + 6$$

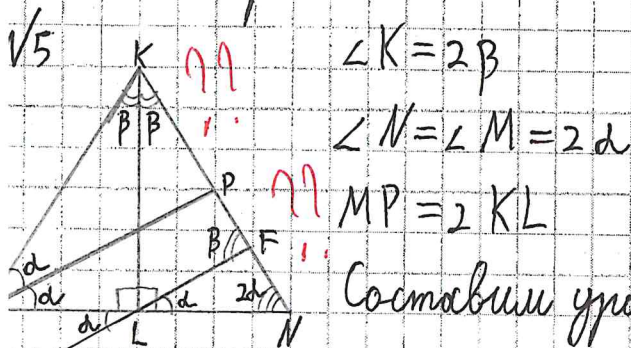
$$0,03N = 3$$

$$N = 100 \text{ яблок}$$

$$M = Nx = 100 \cdot 99 = 9900 \text{ грамм}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{9900}{100} = 99 \text{ грамм}$$

Ответ: 99 грамм



Составим уравнение:

$$2\alpha + \beta = 90^\circ$$

покажем.

Построим $LF \parallel MP$

F - сред. мн.

?? где и почему?

$$F = \frac{MP}{2} = KL$$

$\angle \beta$ - внешний угол

в каком Δ ?

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\beta = 3\alpha$$

$$2\alpha + 3\alpha = 90^\circ$$

$$\alpha = 18^\circ$$

$$36^\circ + \beta = 90^\circ$$

$$\beta = 54^\circ$$

$$54^\circ \cdot 2 = 108^\circ$$

Ответ: 108°

$\sqrt{3}$

$$d_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 - 1}{n^4} = \frac{(n^2)^2 - 1}{n^4} = \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 1)}{n^4} = \frac{(n - 1)(n + 1)(n^2 + 1)}{n^4}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{n^3} = \frac{2(n^3 - 1)}{n^3} = \frac{2(n - 1)(n^2 + n + 1)}{n^3}$$

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} \dots \frac{77 \cdot 79 \cdot 79 \cdot 79 \cdot 78 \cdot 80 \cdot 80 \cdot 80}{78 \cdot 78 \cdot 78 \cdot 78 \cdot 79 \cdot 79 \cdot 79 \cdot 79} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 77 \cdot 40 \cdot 40 \cdot 40}{3 \cdot 39 \cdot 39 \cdot 39 \cdot 79} \approx 2,8$$

Ответ: $\approx 2,8$