

Место для
скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

003974

003974

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																				
2.	Вариант	2																				
3.	Класс	II																				
4.	Фамилия	Т	У	Р	Д	И	Е	В														
	Имя	Б	А	К	Ы	Т																
	Отчество	Б	О	Л	О	Т	О	В	И	Ч												
5.	Дата рождения	1	9			0	6			2	0	0	3									
		Число				Месяц				Год												
6.	Страна	РОССИЯ																				
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Томская обл.																				
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	ГОРОД																				
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Томск																				
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ лицей при ТПУ																				

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись



Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
265	5.04.21	Терехина И.О.	<i>[Signature]</i>

1. Пусть, $x - \frac{1}{x} = a \in \mathbb{Z}$
 Тогда, $x^2 - ax - 1 = 0$
 $D = a^2 + 4$
 $x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + 4}}{2}$

1	2	3	4	5
7	7	5	7	0

2. $\sin x + \sin^3 x + 2021 \sin^5 x = \cos 2x + \cos^3 2x + 2021 \cos^5 2x$ - можно предположить

и будет $f(t_1) = f(t_2)$, где $f(t) = t + t^3 + 2021 t^5$, $t_1 = \sin x$, $t_2 = \cos 2x$

Примем $f(t)$ - монотонно возраст. ф-ция, т.к. об-ся унимой возраст. ф-ции.

Итак, ур-е $\Leftrightarrow \sin x = \cos 2x$

$\sin x = 1 - 2 \sin^2 x$

$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$\begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$

75

Ответ: $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$



50

3. Нет, т.к. по теореме Виета необходимо, чтобы произведение свобод. членов было равно 3, а сумма корней произведений равна -5. А также невозможно, т.к. 3 и 5 - простые числа.

Ответ: нет.

1. Пусть, $x - \frac{1}{x} = a, a \in \mathbb{Z}$

Тогда, $x^2 - ax - 1 = 0$

$x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + 4}}{2} \quad (x)$

70

Допустим x - цел. рациональное число, но тогда при подстановке в $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2 + 2020}$ - получим, рациональное число $\frac{1}{x}$

значит, x - целое.

Задача 1. Прогрессия

Но если x - целое, то $a^2 + 4$ - вид-ся квадратом целого числа.

Поиск возможен только при $a=0$, т.к. в поле-те квадратах $0; 1; 4; 9; 16; \dots$ - разность между ~~квадратами~~ ^{квадратами} будет увели-ся на сумму ~~ответов~~ чисел, которые образовали эти квадраты.

Это следует из $(b^2 - (b-1)^2) = (b-b+1)(b+b-1) = b+b-1$

Но при $a=0$: $x - \frac{1}{x} = 0$

$x=1$ - не удовл. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2020}$

$x=-1$ - не удовл. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+2020}$

Ответ: Нет.

4. $a = x^3$

$b = \sqrt[3]{2021^4} x$

Когда $\frac{a}{k+b} + \frac{b}{k+a} \leq \frac{3}{2} - \frac{k}{a+b}$

75

$\frac{a}{k+b} + \frac{b}{k+a} + \frac{k}{a+b} \leq \frac{5}{2}$

Но т.к. все числа положительны, то сумма этих дробей $\geq 3 \cdot \frac{1}{2}$, причем "=", когда каждая дробь по $\frac{1}{2}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{k+b} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2k = 4a - 2b \\ \frac{b}{k+a} = \frac{1}{2} \\ \frac{k}{a+b} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2k = a+b \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 4a - 2b = a+b \\ a = b \end{array}$$

$x^3 = \sqrt[3]{2021^4} x$

$x=0$ или $x = \sqrt[3]{2021^3}$
не удовл. усл.

Значит, $k = \frac{a+b}{2} = \frac{2021^2 + 2021^2}{2} = 4084441$

Ответ: $k = 4084441$.