

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
145	12.03.25	Лугин Н.А.	Л
Шифр			025-2-11-95

N1.

$$(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

Обозначим:

$$x = 7+a-b \quad y = 2+b-c; \quad z = 9+c-a.$$

Отсюда

$$x+y+z = 7+2+9 = 18$$

$$x^2+y^2+z^2 \geq \frac{(x+y+z)^2}{3} = \frac{18^2}{3} = 108.$$

Ответ: 108.

45

N2.

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1.$$

Найти: $P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4)$, где $x_{1,2,3,4}$ - корни $Q(x)$

по теореме Виета $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$.

$$x_1 x_2 x_3 x_4 = 1.$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_4 = 4. \quad (4 \text{ корня})$$

$$Q(x) = 506.$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 4 \cdot 506 = 2024.$$

Ответ: 2024.

не показано, что $P(x) = x^2 Q(x) - x + 506$

35

N3.

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \geq 0.$$

$$1) \cos [-1; 1] \Rightarrow -1 < \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \leq 1.$$

$$2) x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - 1 \leq 0. \quad x^2 - 6\sqrt{x^2+1} - 10 \leq 0$$

$$3) x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 \geq 0. \quad x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 12 \geq 0.$$

$$\text{Замена: } \sqrt{x^2+1} = d$$

Тогда

$$1) x^2 = d^2 - 1.$$

$$d^2 - 1 - 6d + 10 \leq 0.$$

$$d^2 - 6d + 9 \leq 0.$$

$$(d-3)^2 \leq 0$$

$$d = 3.$$

$$\text{Обр. замена } \sqrt{x^2+1} = 3$$

$$x^2 + 1 = 9$$

$$x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 2\sqrt{2}; \quad x_2 = -2\sqrt{2}.$$

$$2) d^2 - 6d + 11 \geq 0$$

$$D < 0 \Rightarrow \emptyset$$

45

постор. корни

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			025-2-11-95

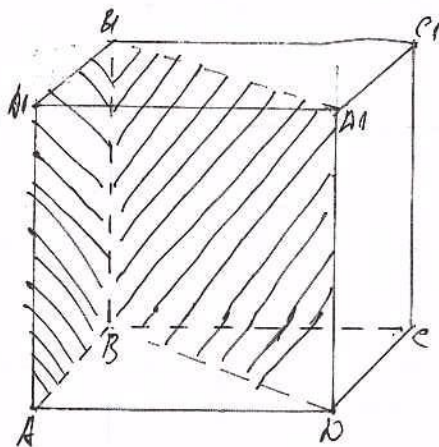
NY,

$$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 x_2 \dots x_n$$

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$$

$$\frac{(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1)}{n} \geq \sqrt[n]{(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1)}$$

x_n - положительные $\Rightarrow (x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1 \Rightarrow$ неравенство верное.



Доказ.
 $ABCD, A_1B_1C_1D_1$ - куб.
 α и β - плоскости
 $\alpha \perp A_1C_1$; $\beta \parallel CD$.
 Найти:
 угол между α и β

Решение:

Т.к. $\alpha \perp A_1C_1$, то α есть плоскость, проходящая через точки B, B_1, D .

$$\beta \parallel CD \Rightarrow \beta \parallel DD_1, C_1C$$

Угол между α и β является $\angle ABD$ т.к. $ABCD$ - квадрат, то $\angle ABD = 45^\circ$, а

$$BD \text{ диагональ} \Rightarrow \angle ABD = 45^\circ$$

$$\text{Ответ: } \angle ABD = 45^\circ$$