

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
148	17.03.25	Бессирин	
Шифр			043585

Шифр

043585

1) a, b, c

$$(4+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

$$F(a,b,c) = (4+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

$$x = 4+a-b, y = 2+b-c, z = 9+c-a$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

$$x = y = z = \frac{18}{3} = 6$$

$$F = 6^2 + 6^2 + 6^2 = 36 + 36 + 36 + 36 = 108$$

Ответ: 108

50

Продолжит

в обосновании

2) $S = P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4)$

$$P(x) = (x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506)$$

Рассуждем. Степень x

$$x^4 = 4x^2 - x^3 - 1 \quad P(x) = 0$$

$$x^5 = x \cdot x^4 = x(4x^2 - x^3 - 1) = 4x^3 - x^4 - x$$

$$x^6 = x \cdot x^5 = x(4x^3 - x^4 - x) = 4x^4 - x^5 - x^2$$

$$P(x) = (4x^4 - x^5 - x^2) + (4x^3 - x^4 - x) - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$P(x) = -x^5 + 4x^3 - 5x^4 - x^2 - 2x + 506$$

$$P(x) = -(4x^3 - x^4 - x) + 4x^3 - 5(4x^2 - x^3 - 1) - x^2 - 2x + 506$$

$$-4x^3 + x^4 + x + 4x^3 - 20x^2 + 5x^3 + 5 - x^2 - 2x + 506$$

$$x^4 + 5x^3 - 21x^2 - x + 511$$

$$S = 4 \cdot 511 = 2044$$

т.к. сумма всех коэффициентов по корням

$P(x)$ равна сумме свободных членов, получаем.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 5 & 3 & 0 & 4 & 2 \end{array}$$

30

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

043585

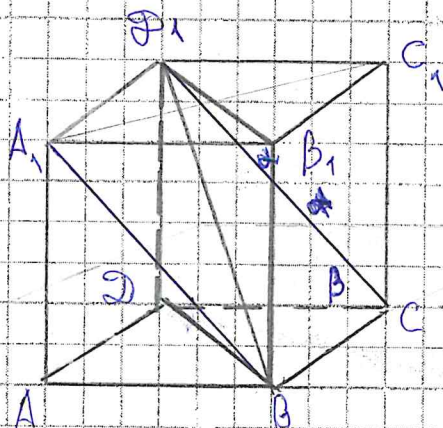
5) Дано: куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$

L, β - плоскости

$L \perp A_1 C_1$

$\beta \parallel CD$

Найти: $\cos$ угол.



25

Решение:

1) $A_1 C_1$ диагональ грани куба $A_1 B_1 C_1 D_1$ (по усл.), т.к. куб симметричен, плоскость перпендикулярна $A_1 C_1$ (по усл.)

2) CD параллельна прямой, соединяющей точки C и D_1 (по усл.), $\beta \parallel CD$ (по усл.), $\beta \parallel CD_1$ (по усл.).

3) Угол между плоскостями L и β определяется через угол между их нормальными. т.к. нормаль к плоскости L можно направить вдоль одной из диагоналей куба перпендикулярно диагонали $A_1 C_1$, а нормаль к плоскости β направить по направлению угла, так как CD не перпендикулярна.

4) Условие: $\sum_{i=1}^n x_i^{n-1} = \prod_{i=1}^n x_i$

$$f(x) = x^{n-1} - (x - b + 1)$$

$$\prod_{i=1}^n (x_i - b + 1) \geq 1$$

$$\text{т.к. } \sum x_i^{n-1} = \prod x_i, \text{ то } \sum x_i^{n-1} \geq \prod x_i$$

Решение: Гёльдера? $(a_1 + a_2 + \dots + a_n)(b_1 + b_2 + \dots + b_n) \geq (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2$

$$a_i = 1, b_i = x_i^{n-1}, p = q = n$$

$$n \cdot \prod x_i \geq \left(\sum x_i^{n-1} \right)^n$$

$$(x_i - b + 1) \geq 1$$

поэтому следует что

$$(x_1 - b + 1)(x_2 - b + 1) \dots (x_n - b + 1) \geq 1$$

Доказано.

Проблема
в обосновании

45

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Продолжение 5-го

Пусть в результате угол между плоскостями равен углу между одной из сторон куба и наклонной прямой CD_1 .

В правильном кубе этот угол $= \cancel{45} 45^\circ$

Ответ: 45°