

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
16		Емельянов	Ему
Шифр			043016

1) $(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$

минимальное выражение положительного
числа, 04, тогда пусть
 $9+c-a=0$

$c=a-9$, подставим $(7+a-b)^2 + (2+b-a+9)^2 =$
 $= (7+a-b)^2 + (11+b-a)^2$

предположим $11+b-a=0$

$b=a-11$, тогда $(7+a-a+11)^2 = 18^2$

Ответ: 324

2) $P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$

$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$

$x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 = 0$ - это уравнение имеет
корни x_1, x_2, x_3, x_4

$P(x) = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506$

$P(x_1) = x_1^2 \cdot Q(x_1) - x_1 + 506, Q(x_1) = 0$, тогда

$P(x_1) = -x_1 + 506$, аналогично

$P(x_2) = -x_2 + 506$

$P(x_3) = -x_3 + 506$

$P(x_4) = -x_4 + 506$

$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 506 \cdot 4 =$
 $= -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 2024$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$ по теореме Виета.

тогда $P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 2025$

3) $x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2x^2-4}}{18} = 0$

$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2x^2-4}}{18} = 0$

левая часть
 $f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 =$
 $= \sqrt{x^2+1}^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 10$

$$-6 = 3 \quad f(3) = 9 - 18 + 10 = 1$$

$$\text{замена: } \sqrt{x^2+1} = t > 0$$

$$g(t) = t^2 - 6t + 10$$

значит $x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11$ - наименьшее значение равно 1.

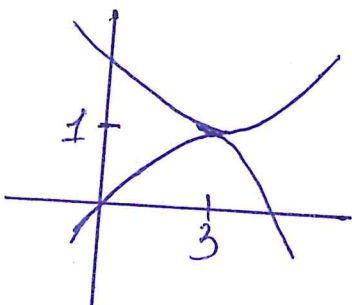
04324

Правая часть $-1 \leq \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \leq 1$, т.е.

наибольшее значение это 1,

тогда если уравнение имеет решение, то правая и левая часть должны равняться единице.

поэтому не -1?
не 0?



$$\sqrt{x^2+1} = 3$$

$$x^2 + 1 = 9$$

$$x^2 = 8$$

$$x^2 = \sqrt{2}$$

$$x = \sqrt{2}$$

$$\cos \frac{2+2-4}{18} = \cos 0 = 1$$

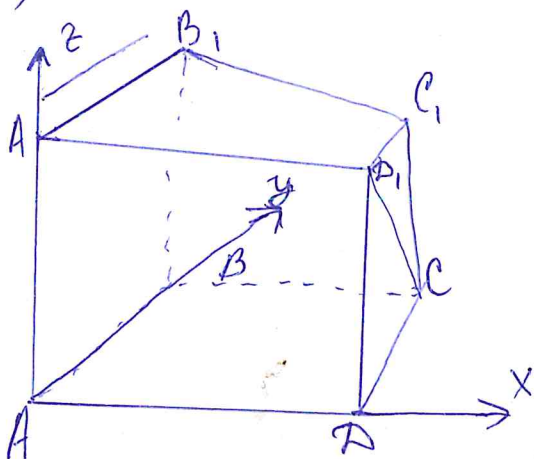
$$x = -\sqrt{2}$$

$$\cos \frac{2-2-4}{18} \neq 1$$

Ответ: $x = \sqrt{2}$ -

проверка!

5)



Пусть $\vec{n}_1 \perp \alpha$, $\vec{n}_2 \perp \beta \Leftrightarrow$

$$\cos(\alpha, \beta) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)|$$

В качестве $\vec{n}_1$ можно принять $\vec{AC} = \vec{AC} = (1, 1, 0)$

Пусть $\vec{n}_2$ им. коорд (p, q, r)

т.к. $CD \perp \beta$, то $\vec{n}_2 \perp \vec{CD}$

$$\vec{CD} = D_1 - C = (1, 0, 1) - (1, 1, 0) = (0, -1, 1)$$

$$\vec{n}_2 \perp \vec{CD} \Rightarrow \vec{n}_2 \cdot \vec{CD} = 0 \Rightarrow -q + r = 0, \quad r = q$$

т.е. $\vec{n}_2$ имеет вид $(p; q; q)$

Пусть $(\vec{n}_1; \vec{n}_2) = 4$

$$\cos \varphi = \frac{(\vec{n}_1; \vec{n}_2)}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{p+q}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+2q^2}}$$

Б.О.О можно считать, что $q=1$

Требуется найти $\min |\cos \varphi| = \min \frac{|p+1|}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+2}} = a > 0$

т.е. требуется найти наименьшее a , $a > 0$ при котором уравнение имеет решение p .

$$\frac{|p+1|}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+2}} = a$$

имеет?

$$(p+1)^2 = 2a^2(p^2+2)$$

$$2a^2 p^2 + 4a^2 = p^2 + 2p + 1$$

$$p^2(2a^2 - 1) - 2p + 4a^2 - 1 = 0$$

$$\Delta = 1 - (2a^2 - 1)(4a^2 - 1)$$

$$8a^4 - 6a^2 + 1 - 1 = 0$$

$$2a^2(4a^2 - 3) \geq 0$$

$$+ \quad \begin{array}{c} - \quad - \quad + \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad 0 \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \quad a > 0$$

$$\min |\cos \varphi| = a \min = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\varphi_6 = \frac{\pi}{6}$$

исполнению