ОРМО
Открытая региональная межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
18		Емельянова	Ем

Шифр

1	2	3	4	5	Σ
1	7	4	2	4	18

№1

$(7+a-b)^2+(2+b-c)^2+(9+c-a)^2$

Минимальное выражение

$9+c-a=0$?

$c=a-9$ $(7+a-b)^2+(2+b-a+9)^2=(7+a-b)^2+$
$+(11+b-a)^2$

$11+b-a=0$

$b=a-11$ $(7+a-a+11)^2=18^2$

Ответ: 324 —

№2

$P(x)=x^6+x^5-4x^4+x^2-x+506$

$Q(x)=x^4+x^3-4x^2+1$

$x^4+x^3-4x^2+1=0$ x_1, x_2, x_3, x_4

$P(x)=x^2(x^4+x^3-4x+1)-x+506$

$P(x_1)=x_1^2\cdot Q(x_1)-x_1+506$, $Q(x_1)$

$P(x_1)=-x_1+506$

$P(x_2)=-x_2+506$

$P(x_3)=-x_3+506$

$P(x_4)=-x_4+506$

$P(x_1)+P(x_2)+P(x_3)+P(x_4)=-x_1-x_2-x_3-x_4+506\cdot 4=-(x_1+$
$+x_2+x_3+x_4)+2024$

$x_1+x_2+x_3+x_4=-1$

$P(x_1)+P(x_2)+P(x_3)+P(x_4)=2025$

№3

$x^2-6\sqrt{x^2+1}+11-\cos\frac{x^2+\sqrt{2}x-4}{18}=0$

$x^2-6\sqrt{x^2+1}+11=\sqrt{x^2+1}^2-6\sqrt{x^2+1}+10$

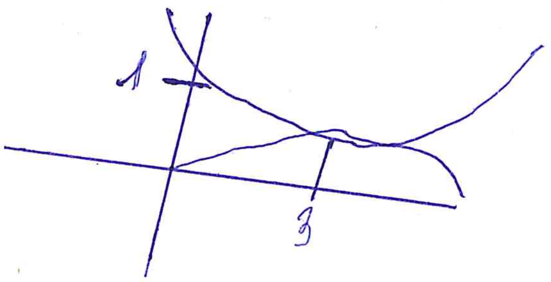
$\sqrt{x^2+1}=t>0$

$f(t)=t^2-6t+10$

$t_b=3$ $f=9-18+10=1$

$x^2-6\sqrt{x^2+1}+11$ наименьшее значение равно 1

$-1\le\cos\frac{x^2+\sqrt{2}x-4}{18}\le 1$



$\sqrt{x^2+1}=3$

$x^2+1=9$

$x^2=8$

$x=\pm\sqrt{2}$

$x=\sqrt{2}$

$\cos\frac{2+2-4}{18}=\cos 0=1$

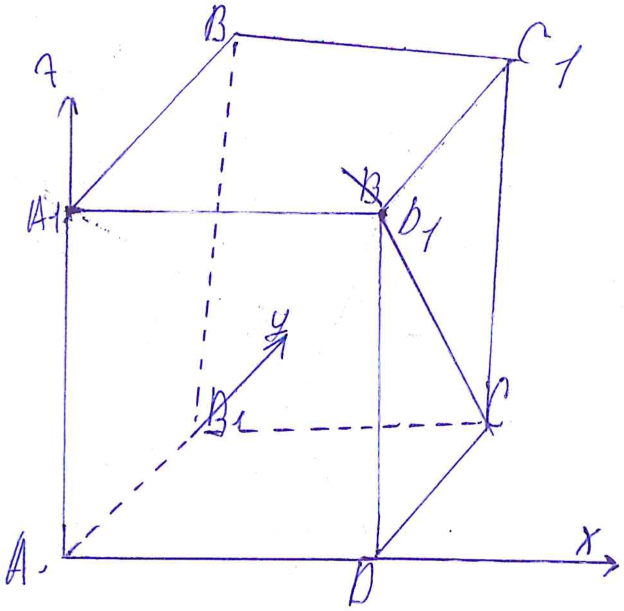
$x=-\sqrt{2}$

$\cos\frac{2-2-4}{18}\ne 1$

проверка?

Ответ: $x=\sqrt{2}$?
(не подходит)

№5



$\vec{n_1} \perp \alpha$, $\vec{n_2} \perp \beta \Leftrightarrow$

$\cos\widehat{(\alpha, \beta)} \overset{?}{=} |\cos(\vec{n_1}, \vec{n_2})|$ всегда?

$\vec{n_1}$ $\quad \vec{A_1C_1} = \vec{AC} = (1; 1; 0)$

$(p_1, q_1 r)$

$CD_1 \parallel \beta$ $\vec{n_2} \perp \vec{CD}$

$\vec{CD_1} = D_1 - C = (1, 0, 1) - (1, 1, 0) = (0, -1; 1)$

$\vec{n_2} \perp \vec{CD_1} \Rightarrow \vec{n_2} \cdot \vec{CD} = 0 \Rightarrow -q + r = 0, r = q$

$(p; q; q)$

$\widehat{(\vec{n_1}; \vec{n_2})} = \varphi$

$\cos\varphi = \frac{\widehat{n_1, n_2} = \varphi}{|\vec{n_1}| |\vec{n_2}|} = \frac{p+q}{\sqrt{2}\sqrt{p^2+2q^2}}$

$q = 1$

нет достаточного обоснования

$\frac{|p+1|}{\sqrt{2}\sqrt{p^2+2}} = a > 0$?

$(p+1)^2 = 2a^2(p^2+2)$

$\frac{|p+1|}{\sqrt{2}\sqrt{p^2+2}} = a$

3

$2a^2p^2+4a^2=p^2+2p+1$

$p^2(2a^2-1)-2p+4a^2-1=0$

$\frac{D}{4}=1-(2a^2-1)(4a^2-1)$

$8a^4-6a^2+1-1=0$

$2a^2(4a^2-3)\geq 0$

$+ \quad - \quad - \quad +$

$-\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad 0 \qquad \frac{\sqrt{3}}{2}$

$a>0$

$\min|\cos 4|=a\min=\frac{\sqrt{3}}{2}$

? $46=\frac{\pi}{4}$?

№4

$(x_1-n+1)(x_2-n+1)\dots(x_n-n+1)>1$

? нет обоснования

$\frac{x_1^{n-1}+x_2^{n-1}+\dots x_n^{n-1}}{n}\geq\sqrt[n]{x_1^{n-1}x^{n-1}\dots n_n^{n-1}}$

$n^{x_1}=x_1x_2\dots x_n$

$\frac{(x_1^{n-1}+x_2^{n-1}+\dots+x_n^{n-1})^n}{n}\geq(x_1x_2\dots x_n)^{n-1}$

$x_1^{n-1}+x_2^{n-1}\dots x_n^{n-1}=x_1x_2\dots x_m$

$\left(\frac{x_1x_2-x_n}{n}\right)^a\geq(x_1x_2\dots x_n^{n-1})$

$\frac{x_1x_2\dots x_n>1}{n}$

$(x_1-n+1)(x_2-n+1)\dots(x_n-n+1)\geq 1$