

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
58			<i>[Signature]</i>

1. Дано:

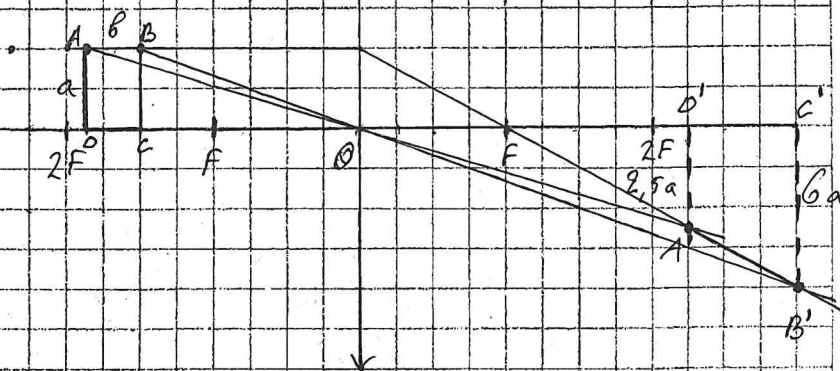
рисунок

ABCD - прямоугольник  
 BC, OA ⊥ BC, отрезок  
 $\Gamma_1$  (изображение DA) = 2,5  
 $\Gamma_2$  (изображение BC) = 6

~~$S_{ABCD}$~~   $S'$  (изображение A'B'C'D')  
 $S$  (ABCD)

Решение:

↑↑



линия - собирающая;

$\Gamma_1 > 1, \Gamma_2 > 1;$

$\Gamma_2 > \Gamma_1$

прямоугольник ABCD находится

между F и 2F, сделаем рисунок ↑ ⇒

⇒ видно, что A'B'C'D' - n/yc трапеция ⇒  $S' = \frac{A'D' + B'E'}{2} \cdot D'C'$

$\Gamma_1 = \frac{AD'}{AD} = 2,5 \Rightarrow AD' = AD \cdot 2,5; \Gamma_2 = \frac{B'C'}{BC} = 6 \Rightarrow B'C' = 6BC;$

$\Gamma_1 = \frac{OD'}{OD} = 2,5 \Rightarrow OD' = 2,5 \cdot OD; \Gamma_2 = \frac{OC'}{OC} = 6 \Rightarrow OC' = 6 \cdot OC \Rightarrow$

$\Rightarrow D'C' = OC' - OD' = 6 \cdot OC - 2,5 \cdot OD$

$a = AD = BC; b = AB = DC \Rightarrow S' = \frac{2,5a + 6a}{2} \cdot (6 \cdot OC - 2,5 \cdot OD)$

~~$DC = b = OD - OC \Rightarrow OD = b + OC \Rightarrow 2,5(b + OC) = 6 \cdot OC - 2,5 \cdot OD$~~

~~$2,5 \cdot (3,5 \cdot OC = 2,5 \cdot b); \frac{1}{OC} + \frac{1}{OC'} = \frac{1}{OD} + \frac{1}{OD'} = \frac{1}{b}$~~

$\Rightarrow \frac{1}{OC} + \frac{1}{OD} = \frac{1}{OD} + \frac{1}{OC'} \Rightarrow \frac{OD - OC}{OC \cdot OD} = \frac{OC' - OD'}{OD' \cdot OC'} \Rightarrow \frac{b}{OC \cdot OD} = \frac{B'C'}{2,5 \cdot OD \cdot 6 \cdot OC} \Rightarrow$

$\Rightarrow D'C' = 15b \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{8,5 \cdot 15b}{2b} = 63,75$

205



2. Дано:

Решение

$v_1 = 8 \text{ км/ч}$

По рисунку видно, что 1 кораблю нужно

$v_2 = 10 \text{ км/ч}$

длин пройти расстояние  $x_1 = 8 \text{ км}$ , а

рисунком  
 ~~$x \geq 1$~~

второму —  ~~$x \geq 10 \text{ км}$~~ . Допустим, что

арми — ?

1 корабль первым пройдет точку пересече-

ния траекторий движения кораблей:

$(v_1 t + \frac{at^2}{2} = 8 \checkmark$

$S_1 - S_2 \geq 1 \text{ км} \Rightarrow v_1 t + \frac{at^2}{2} - v_2 t - \frac{at^2}{2} \geq 1 \Rightarrow$

$(v_2 t + \frac{at^2}{2} \leq 10 - 1 \checkmark \Rightarrow$

$\Rightarrow t \geq 1 \Rightarrow t \geq 1 \Rightarrow t \geq -0.5 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \frac{2(8 - v_1 t)}{t^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow$  в данном случае  $t_{\min} = 0.5$  это время

не может быть отрицательным и так как

$\Rightarrow 10t + 8 - 8t \leq 9$

$S = v t + \frac{at^2}{2}$ , где  $v$  — это минимальная скорость

2  $t \leq 1 \Rightarrow t \leq 0.5$  км кораблей в расстоянии, пройденное 1 кораблем

н.к.  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a \sim \frac{1}{t} \Rightarrow$

всегда больше  $\Rightarrow$  первым до той точки

$\Rightarrow a_{\min}$  при  $t_{\max} = 0.5 \Rightarrow$

пересечение границ 1 корабля  $\Rightarrow$

$\Rightarrow a_{\min} \leq \frac{2(8 - 8 \cdot 0.5)}{0.25} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_2 - S_1 \geq 1 \Rightarrow v_2 t + \frac{at^2}{2} - v_1 t - \frac{at^2}{2} \geq 1 \Rightarrow$

$= 32 \text{ км/ч}$

$\Rightarrow t \geq 1 \Rightarrow t \geq 1 \Rightarrow t \geq 0.5 \Rightarrow$

Ответ:  $32 \text{ км/ч}$

$\Rightarrow t_{\min} = 0.5 \text{ с}$  — это время, за которое

1 корабль пройдет  $S_1 =$

105



4. Дано

$C = 2 \text{ мкФ}$

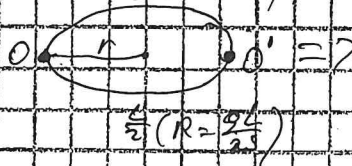
$\kappa = 1 \cdot \frac{1}{4}$

$R_{AB} = ?$

Решение:

Если бы было одно кольцо, то

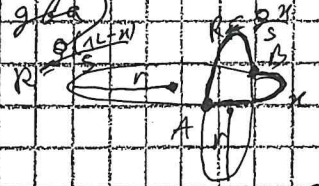
$\frac{1}{2} (R = \frac{9R}{2S})$



$R_{00'} = \frac{0.4 \cdot 0.2 \text{ мкФ} \cdot 0.5 \text{ мкФ}}{2 \cdot 0.2 \cdot 0.5} = \frac{0.2 \text{ мкФ}}{2S} (R = \frac{9R}{2S})$

(так как это параллельное соединение, мы можем так делать)

$R_0 = R_{00'} = \frac{0.2 \text{ мкФ}}{2S}$



Диаметр катушки  $R_{AB}$  будет складываться

из двух участков с  $R_1 = \frac{9R}{S}$  и двух участков

$R_2 = \frac{9(1-\kappa)R}{S}$ . Так как у нас

параллельное соединение:  $R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

$R_1 = \frac{9 \cdot 2 \text{ мкФ}}{4 \cdot 5 \cdot \kappa} = \frac{9 \text{ мкФ}}{4S}$  ;  $R_2 = \frac{9 \cdot 3 \cdot 8 \text{ мкФ}}{4 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{3 \cdot 9 \text{ мкФ}}{4S} = \frac{3}{4} R_1$

$\Rightarrow R_{AB} = \frac{R_1 \cdot 3R_1}{R_1 + 3R_1} = \frac{3R_1^2}{4R_1} = \frac{3}{4} R_1 = \frac{3 \cdot 9 \text{ мкФ}}{4 \cdot 4S} = \frac{3 \cdot 9 \text{ мкФ}}{16S}$

$\Rightarrow R_0 = \frac{0.2 \text{ мкФ} \cdot 16S}{2S \cdot 3 \cdot 8 \text{ мкФ}} = \frac{8}{3}$

Ответ:  $\frac{8}{3}$  мкФ

3.  $Q = Q_1 + Q_2$   $Q = \text{const}$

Дано:

$m_1 = 3 \text{ кг}$

$\alpha_1 = 10^\circ$

$m_2 = 4 \text{ кг}$

$\alpha_2 = 90^\circ$

$m_{\text{ш}} = 1 \text{ кг}$

$C_1 = 4200 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}$

$C_2 = 900 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}$

$n = 1$  ( $\Delta T = 90^\circ\text{C}$ )

Решение:

$Q = c m_1 \Delta t_1 + c m_2 \Delta t_2 = c (m_1 \Delta t_1 + m_2 \Delta t_2) \Rightarrow$

$\Rightarrow 4200 \cdot 1 = c m_1 \Delta t_1 + c m_2 \Delta t_2 = 4200 \cdot 3 \cdot 10 + 900 \cdot 3 + 900 \cdot 1$

$+ 1 \cdot 900 \cdot 90 = 302000 \approx 15,33^\circ\text{C} \Rightarrow$  за одну минуту

$\Delta t = \Delta t_0 - \Delta t_1 = (90 - 10) - (90 - 15,33) = 5^\circ\text{C} \Rightarrow n = 5$