

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
16		Коржикова	И
Шифр			040003

13 $\underbrace{x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11}_{>1} - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$ $-1 \leq \cos \leq 1$

$-1 \leq x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \leq 1$

Обозначим $x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = f(x)$

Введем новую переменную $t = \sqrt{x^2+1}$, тогда $t^2 = x^2 + 1$

Заменим: $t^2 - 1 - 6t + 11 = f(t)$ $x^2 = t^2 - 1$

$f(t) = t^2 - 6t + 10$

Найдем вершину $t_0 = \frac{6}{2} = 3$

$y_0 = 9 - 6 \cdot 3 + 10 = 1$

$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = 1$

$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 10 = 0$ Заменим $x^2 = t^2 - 1$

$t^2 - 1 - 6t + 10 = 0$

$t^2 - 6t + 9 = 0$

$(t-3)^2 = 0$

$t = 3$

Обратная замена: $\sqrt{x^2+1} = 3$

$x^2 + 1 = 9$

$\cos \frac{8 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - 4}{18} = \cos 0 \Rightarrow x = -\sqrt{8}$

$x^2 = 8$ $\begin{cases} x = \sqrt{8} \\ x = -\sqrt{8} \end{cases}$

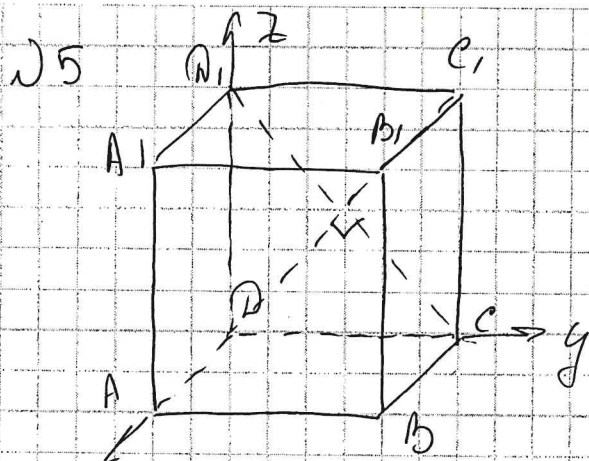
$\cos \frac{8 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - 4}{18} = \cos \frac{8 + 4 - 4}{18} = \cos 0$

$-\sqrt{8}$ - корень

Ответ: $-\sqrt{8}$

1	2	3	4	5	Σ
5	5	3	0	3	16

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			



Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - куб

$\alpha \perp A_1 C_1$; $\beta \parallel C D_1$

$\angle \beta$ - ?

Решение:

1) Введем систему координат. Пусть куб с ребром 1
 $A_1(1;0;1)$ $C_1(0;1;1)$ $C(0;1;0)$ $D_1(0;0;1)$

$$\vec{A_1 C_1} \{ -1; 1; 0 \} \quad \vec{C D_1} \{ 0; -1; 1 \}$$

$\beta \parallel \vec{C D_1}$
 $\vec{C D_1} \perp \vec{A D} \Rightarrow \beta \perp \vec{A D}$, $\vec{A D}$ - вектор нормали к β ?? Нет.

$$A(1;0;0) \quad D(0;0;0) \quad \vec{A D} \{ -1; 0; 0 \}$$

$\vec{A_1 C_1}$ - вектор нормали к α

Чтобы вычислить угол между плоскостями, найдем угол между нормальными, перпендикулярными плоскостям способами.

$$\vec{A_1 C_1} \cdot \vec{A D} = -1 \cdot 1 + 0 + 0 = -1 \Rightarrow |\vec{A_1 C_1} \cdot \vec{A D}| = 1$$

$$|\vec{A_1 C_1}| \cdot |\vec{A D}| = \sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2} = \sqrt{2} \cdot 1 = \sqrt{2}$$

где $\cos \varphi$ - угол между $\vec{A_1 C_1}$ и $\vec{A D}$

$$1 = \sqrt{2} \cdot \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

Ответ: 45°

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

2

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506 = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -x_1 + 506 - x_2 + 506 - x_3 + 506 - x_4 + 506 =$$

$$= -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 2024$$

$$Q(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) =$$

$$= (x^2 - x \cdot x_2 - x \cdot x_1 + x_1 \cdot x_2)(x^2 - x \cdot x_4 - x \cdot x_3 + x_3 \cdot x_4) =$$

$$= x^4 - x^3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + x^2(x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_4 +$$

$$+ x_3 \cdot x_4) - x(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 \cdot x_4) +$$

$$+ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

Чтобы $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ делится было равное коэф-т

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -(-1) + 2024 = 2025$$

Ответ 2025

1

$$(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

минимальным значение выражения будет тогда, когда каждое слагаемое равно нулю.

$$\begin{cases} 7+a-b=0 \\ 2+b-c=0 \\ 9+c-a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=b-7 \\ c=2+b \\ 9+2+b-b+7=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=b-7 \\ c=2+b \\ 18=0 \end{cases} \Rightarrow \text{невозможно}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$\Rightarrow$ все 3 слагаемых не равны нулю одновременно

$$\begin{aligned} F'(a) &= 2(7+a-b) \cdot (7+a-b)' + 0 + 2(9+c-a) \cdot (9+c-a)' = \\ &= 2(7+a-b) + 2(9+c-a)(-1) = 14 + 2a - 2b - 18 - 2c + 2a = \\ &= 4a - 2b - 2c - 4 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F'(b) &= 2(7+a-b) \cdot (-1) + 2(2+b-c) = -14 - 2a + 2b + (4 + 2b - 2c) = \\ &= -14 - 2a + 2b + 4 + 2b - 2c = -10 - 2a + 4b - 2c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F'(c) &= 2(9+c-a) + 2(2+b-c)(-1) = 18 + 2c - 2a - 4 - 2b + 2c = \\ &= 14 - 2a - 2b + 4c = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4a - 2b - 2c - 4 = 0 \\ -2a + 4b - 2c - 10 = 0 \\ -2a - 2b + 4c + 14 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6a - 6b + 6 = 0 \\ 6b - 6c - 24 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6b = 6(a+1) \quad | :6 \\ 6b = 6(c+4) \quad | :6 \end{cases} \quad \begin{cases} b = a+1 \\ b = c+4 \end{cases} \quad \begin{cases} a = b-1 \\ c = b-4 \end{cases}$$

Пусть $b=0$, тогда $a=-1$, $c=-4$?

Подставим

$$\begin{aligned} (7-1-0)^2 + (2+0+4)^2 + (9-4+1)^2 &= \\ = 36 + 36 + 36 &= 108 \end{aligned}$$

Ответ: 108

найдено?
 ~~X~~