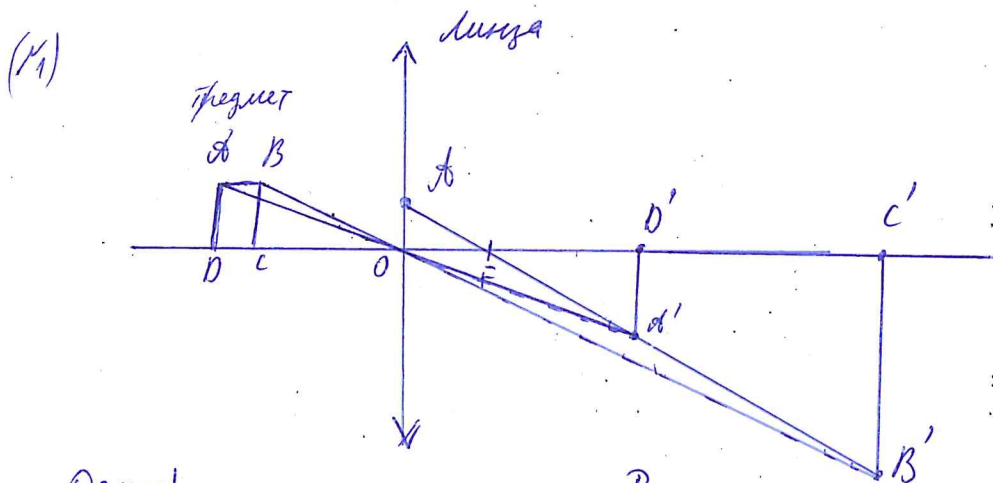


Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
64			<i>Андрей</i>



Дано:

$$\Gamma_1 = 2,5$$

$$\Gamma_2 = 6$$

$$\frac{S_{\text{из}}}{S_{\text{пр}}} = ?$$

$$AB = BC$$

$$\Gamma_1 = \frac{A'D'}{AD}$$

$$\Gamma_2 = \frac{B'C'}{BC}$$

Решение

Площадь прямоугольника ABCD:

$$S_{\text{пр}} = AB \cdot AD = DC \cdot AD = DC \cdot BC$$

Площадь прямоугольной трапеции A'B'C'D':

$$S_{\text{из}} = \frac{A'D' + B'C'}{2} \cdot D'C' = \frac{A'D' \cdot D'C'}{2} + \frac{B'C' \cdot D'C'}{2}$$

При этом по условию $\Gamma_2 = 6$ и $\Gamma_1 = 2,5$, $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \Gamma_2 = \frac{OC'}{OC} = 6$, $\Gamma_1 = \frac{OD'}{OD} = 2,5$; $OC = \frac{OC'}{6}$ и $OD = \frac{OD'}{2,5}$

по формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{OC} + \frac{1}{OC'}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{OC} + \frac{1}{6OC}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{7}{6OC}$$

$$F = \frac{6}{7} OC$$

$$OC = \frac{7}{6} F$$

$$\text{и } \frac{OD'}{2,5} = \frac{7}{6} F$$

$$OD' = 7F$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{OD} + \frac{1}{OD'}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2,5OD} + \frac{1}{7OD}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{2,5}{3,5OD}$$

$$F = \frac{2,5}{3,5} OD$$

$$OD = \frac{7}{5} F$$

$$\text{и } \frac{OD'}{2,5} = \frac{7}{5} F$$

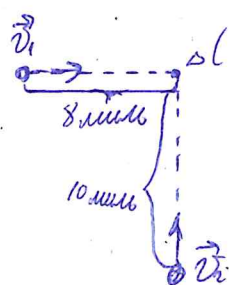
$$OD' = 3,5F$$

$$\text{тогда } DC = OD - OC = \frac{7}{5} F - \frac{7}{6} F = \frac{(42-35)F}{30} = \frac{7F}{30}$$

$$D'C' = OC' - OD' = 7F - 3,5F = 3,5F$$

Ответ: площадь получившегося изображения в 63,75 раз больше
 прямоугольника ABCD

(12) Дано:
 $V_1 = 8 \text{ мм/час}$
 $V_2 = 10 \text{ мм/час}$
 $\Delta l = 1 \text{ мм}$
 $a = ?$



Решение
 Движение равноускоренное,
 тогда $S = V_0 t + \frac{at^2}{2}$
 $t_1 = t_2$ - синхронно
 $a_1 = a_2$ (по условию задачи), $\Rightarrow$

тогда $S_1 = 8 \text{ мм}$ и $S_2 = 9 \text{ мм}$

$$\begin{cases} S_1 = V_1 t + \frac{at^2}{2} \\ S_2 = V_2 t + \frac{at^2}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} \frac{at^2}{2} = S_1 - V_1 t \\ \frac{at^2}{2} = S_2 - V_2 t, \text{ тогда} \end{cases}$$

$$S_1 - V_1 t = S_2 - V_2 t$$

$$V_2 t - V_1 t = S_2 - S_1$$

$$t = \frac{S_2 - S_1}{V_2 - V_1}, \quad t = \frac{9 - 8}{10 - 8} = \frac{1}{2} \text{ (ч)} \quad (2)$$

$$\begin{cases} S_1 = t(V_1 + \frac{at}{2}) \\ S_2 = t(V_2 + \frac{at}{2}) \end{cases} \text{ делим,}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{t(V_1 + \frac{at}{2})}{t(V_2 + \frac{at}{2})}$$

$$\frac{8}{9} = \frac{8 + \frac{at}{2}}{10 + \frac{at}{2}}, \quad \frac{8}{9} = \frac{16 + at}{20 + at}$$

$$160 + 8at = 144 + 9at$$

$$9at - 8at = 160 - 144$$

$$at = 16$$

$$a = \frac{16}{t} \quad (1)$$

таким образом (2) $\rightarrow$ (1)

$$a = \frac{16}{\frac{1}{2}} = 32 \text{ (мм/час)}$$

100

Ответ: при ускорении равном 32 мм/час первый корабль первым пройдет точку пересечения траекторий движения кораблей

г.

(13) Дано:

$$m_1 = 3 \text{ кг}$$

$$t_1^0 = 10^\circ \text{C}$$

$$m_2 = 4 \text{ кг}$$

$$t_2^0 = 90^\circ \text{C}$$

$$M = 1 \text{ кг}$$

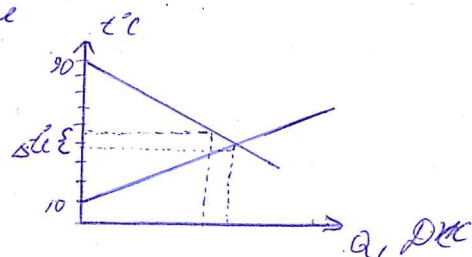
$$\Delta t^0 = 5^\circ \text{C}$$

$$C_{\text{вв}}(\text{H}_2\text{O}) = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$$

$$C_{\text{вв}}(\text{Al}) = 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$$

n - ?

Решение



Первый цикл:

$$\begin{cases} Q_{\text{ж}} = M c_{\text{ж}} (t_2^0 - Q_1^0) \\ Q_1 = m_1 c (Q^0 - t_1^0) \end{cases}$$

$$M c_{\text{ж}} (t_2^0 - Q^0) = m_1 c (Q^0 - t_1^0)$$

$$1 \cdot 900 (90^\circ - Q^0) = 3 \cdot 4200 (Q^0 - 10^\circ \text{C})$$

$$90^\circ - Q^0 = 14 Q^0 - 140^\circ$$

$$15 Q^0 = 140^\circ + 90^\circ$$

$$Q^0 = \frac{230^\circ}{15} = 15,3(3)^\circ \text{C}$$

$$\begin{cases} Q_{\text{ж}} = M c_{\text{ж}} (Q_2^0 - Q_1^0) \\ Q_2 = m_2 c (t_2^0 - Q_2^0) \end{cases}$$

$$1 \cdot 900 (Q^0 - 15,3^\circ) = 4 \cdot 4200 (90^\circ - Q_2^0)$$

$$Q - 15,3 = 1680 - 18,617 Q_2$$

$$19,67 Q^0 = 1680 + 15,3$$

$$Q_2^0 = 86,19^\circ \text{C}$$

Второй цикл:

$$M c_{\text{ж}} (Q_2^0 - Q_3^0) = m_1 c (Q_3^0 - Q_1^0)$$

$$1 \cdot 900 (86,19 - Q_3^0) = 3 \cdot 4200 (Q_3^0 - 15,33)$$

$$86,19 - Q_3^0 = 14 Q_3^0 - 214,667$$

$$15 Q_3^0 = 300,86$$

$$Q_3^0 = 20,06^\circ \text{C}$$

$$M c_{\text{ж}} (Q_4^0 - Q_3^0) = m_2 c (Q_2^0 - Q_4^0)$$

$$1 \cdot 900 (Q_4^0 - 20,06) = 4 \cdot 4200 (86,19 - Q_4^0)$$

$$Q_4 - 20,06 = 1608,88 - 18,67 Q_4$$

$$19,67 Q_4 = 1628,94$$

$$Q_4 = 82,81^\circ \text{C}$$

В первом цикле разница температур воды составила $91,4^\circ \text{C}$, во втором цикле $8,11^\circ \text{C}$, значит каждый последующий цикл идет замедлении нагрева на $1,03^\circ \text{C}$, $\Rightarrow$

Тогда $90^\circ - 10^\circ - 5^\circ = 75^\circ \text{C}$ - необходимость нагрева

$$n = \frac{75 \cdot (1 + 1,03)}{9,14^\circ \text{C}} = \frac{75 \cdot 2,03}{9,14} = 16$$

Ответ: нужно прогнать 16 циклов, чтобы разница температур воды в калориметрах стала меньше 5°C

145

(14) Дано:

$$\rho_1 = \rho_2$$

$$S_1 = S_2$$

$$x = \frac{1}{4}L$$

$$\frac{R_{\text{кабля}}}{R_{AB}} = 1$$

Решение

По формуле $R = \rho \frac{L}{S}$, $R_{\text{кабля}} = \frac{\rho L}{S}$ Участок АВ это 2 дуги по x , соединённые параллельно

$$R_{AB} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R}{2}; \quad R_{AB} = \frac{\rho L}{2S}, \quad \text{тогда} \quad \frac{R_{\text{кабля}}}{R_{AB}} = \frac{\frac{\rho L}{S}}{\frac{\rho L}{2S}} = 2$$

$$= \frac{2S \cdot \rho L}{S \cdot \rho L} \Rightarrow \frac{R_{\text{кабля}}}{R_{AB}} = 2$$

Ответ: сопротивление участка между точками А и В меньше в 2 раза, чем сопротивление одного кабеля

(15) Дано:

$$L \times L = 10 \times 10 \text{ см}$$

$$H = 1 \text{ см}$$

$$d = 2 \text{ мм}$$

$$U = 400 \text{ кВ}$$

$$E = 20 \frac{\text{кВ}}{\text{мм}}$$

$$\epsilon = 4$$

$$V = ?$$

Решение

$$E = \frac{q_0}{\epsilon \epsilon_0 S}$$

$$S = L \times L = 100 \text{ см}^2$$

$$q_0 = q_1 + q_2 + q_3$$

$$V = S(\Delta h - d)$$

$$\epsilon_1 = 1 - \text{так как воздух}$$

$$q_0 = (C_1 + C_2 + C_3)U, \Rightarrow C_1 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{d}; \quad C_2 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{\Delta h}; \quad C_3 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{H - \Delta h}$$

$$E = \frac{\left(\frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{d} + \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{H - \Delta h} + \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{\Delta h} \right) U}{\epsilon \epsilon_0 S}$$

$$E = \frac{\epsilon_0 S \left(\frac{\epsilon_1}{d} + \frac{\epsilon_1}{\Delta h} + \frac{\epsilon_1}{H - \Delta h} \right) U}{\epsilon \epsilon_0 S}; \Rightarrow E = \frac{\left(\frac{\epsilon_1}{d} + \frac{\epsilon_1}{\Delta h} + \frac{\epsilon_1}{H - \Delta h} \right) U}{\epsilon};$$

$$\frac{E \cdot \epsilon}{U} = \frac{1}{d} + \frac{\epsilon}{\Delta h} + \frac{1}{H - \Delta h}; \quad \frac{E \cdot \epsilon}{U} = \frac{1}{d} = \frac{\epsilon}{\Delta h} + \frac{1}{H - \Delta h}; \Rightarrow$$

$$\frac{20 \cdot 4}{400} - \frac{1}{2} = \frac{4}{\Delta h} + \frac{1}{10 - \Delta h}; \quad -0,3 = \frac{40 - 4\Delta h + \Delta h}{\Delta h(10 - \Delta h)};$$

$$-0,3 \cdot \Delta h(10 - \Delta h) = 40 - 3\Delta h; \quad 0,3\Delta h(\Delta h - 10) - 40 + 3\Delta h = 0$$

$$0,3\Delta h^2 - 40 = 0, \quad \Delta h^2 = \frac{40}{0,3} = \frac{400}{3}; \quad \Delta h = \sqrt{\frac{400}{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \approx 11,5; \Rightarrow$$

$$V = S \cdot (\Delta h - d) = 100 \cdot 10^2 \text{ мм}^2 \cdot 9,5 \text{ мм} = 95000 \text{ мм}^3 = 95 \text{ см}^3$$

Ответ: чтобы произошел пробой необходимо закачать 95 см³ диэлектрику