сто для
скобы

Шифр 08383

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
12б	22.03.24	Гендрина	

1	2	3	4	5
0	7	0	0	5

№2

1) $0<x<\frac{1}{2}$; $0<y<\frac{1}{2}$.

2) $y^2-x^2>y-x$.

рассмотрим а: $y^2-x^2>y-x$

$(y-x)(y+x)>y-x$

$(y-x)(y+x)-(y-x)>0$

$(y-x)(y+x-1)>0$

$y-x<0$

$x+y<1$

т.к. $x<\frac{1}{2}$ и $y<\frac{1}{2}$

$\Rightarrow y+x-1<0$

$\Rightarrow y-x<0$ т.к. их произведение положительно

$y^3-x^3>y-x$

$(y-x)(y^2+yx+x^2)>y-x$

$(y-x)(y^2+xy+x^2-1)>0$

$(y-x)((y+x)^2-xy-1)>0$ т.к. $y-x<0$

$(y+x)^2=y^2+2xy+y^2$

$\Rightarrow y^2+xy+x^2=(y+x)^2-xy$

$\Rightarrow$ ~~$(y+x)^2-xy\geq 1$~~

$(y+x)^2-xy-1<0$

$(y+x)^2-xy<1$

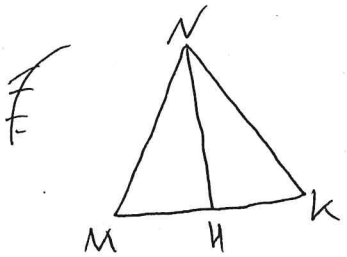
7б

$(y+x)^2$ – квадрат дробного числа меньше 1 $\Rightarrow (y+x)^2<1$.

xy – произведение двух дробных чисел меньше 1 $\Rightarrow xy<1$

разность двух выражений меньше 1 сама становится меньше 1, что.

№5



$\triangle NMK$ – равнобедренный

NH – высота

$S=1$

Место для скобы

Шифр 08383

1) Найдем сторону; возьмем её за x

$$S_{равн\,\triangle} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$$

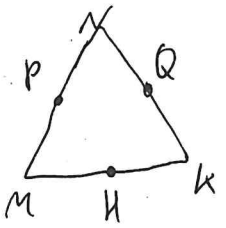
$$1 = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\sqrt{3}x^2 = 4$$

$$x^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$x = \frac{2\sqrt[4]{3}}{3}$$

2) Рассмотрим расположения P и Q.



Будем смотреть относительно H – середины MK. возьмём её за центр окружности. Тогда P и Q должны лежать на пересечении этой окружности и сторон MN и NK.

Но мы не можем расположить точки так, как изображено на рисунке; ведь тогда PQ ∥ MK, что недопустимо

=> Взяв окружность с радиусом HK мы получим 2 ситуации:

1) P, лежащая на MN и Q, совпадающая с K.

2) P, совпадающая с M и Q, лежащая на NK.

Это один из пределов.

второй предел – совпадение PQ и MK

3) Рассчитаем PQ при в лишь минимальном значении:

она станет высотой в $\triangle MNK$

$$PQ = \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt{3}}{2\cdot 3} = \frac{3^{\frac{3}{4}}}{3} = \frac{\sqrt[4]{27}}{3}$$

5б

максимальное значение:

$$PQ = MK = x = \frac{2\sqrt[4]{3}}{3}$$

~~Ответ: $PQ \in \left[\frac{2\sqrt[4]{3}}{3}; \sqrt[4]{27}\right]$~~

Ответ: $PQ \in \left[\frac{\sqrt[4]{27}}{3}; \frac{2\sqrt[4]{3}}{3}\right]$