

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
83			
Шифр			043531

Дано:
S - расстояние гусеницы.

$$S_1 = \frac{1}{3} S = S_2 = S_3$$

$$v_0 = 0$$

$$v = 0$$

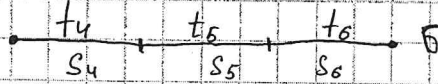
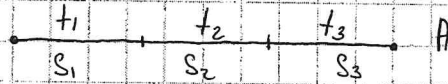
$$t_4 = t_5 = t_6 = \frac{1}{3} t_2$$

$$a_1 = \text{const}$$

$$a_3 = a_1$$

$$at = ?$$

Решение



Для Агаси:

$$S_1 = \frac{v + v_0}{2} t_1 = \frac{v t_1}{2}$$

$$S_2 = v t'_1$$

$$S_3 = \frac{v + v_0}{2} t_1 = \frac{v t_1}{2}$$

$t_1 = t_3$, так как первый участок и последний он проходит с одинаковым ускорением.

$$S_1 = v_0 t_1 + \frac{a t_1^2}{2} = \frac{a t_1^2}{2}; \quad S_3 = (v - a t_3) t_3 - \frac{a t_3^2}{2} = \frac{a t_3^2}{2}$$

$$S_1 = S_3; \quad \frac{a t_1^2}{2} = \frac{a t_3^2}{2}; \quad t_1 = t_3$$

$$S_2 = S_3; \quad \frac{a t_1^2}{2} = \frac{a t_3^2}{2}; \quad t_1 = t_3$$

Так как

$$S_2 = S_3; \quad \text{то } v t'_1 = \frac{v}{2} t_1; \quad \text{отсюда } t'_1 = \frac{t_1}{2}$$

t'_1 - время прохождения 2-го участка

Тогда для Агаси:

$$S = \frac{v t_1}{2} + \frac{v t_1}{2} + \frac{v t_1}{2} = \frac{3 v t_1}{2}$$

Для Бориса:

$$S_4 = \frac{v + v_0}{2} t_2 = \frac{v}{2} t'_2$$

Так как время прохождения первого и последнего участка одинаковое, то и участки эти равны.

$$S_4 = v_0 t_2 + \frac{a t_2^2}{2} = \frac{a t_2^2}{2}$$

$$S_6 = v t'_2 - \left(-\frac{a t_2^2}{2} \right) = \frac{a t_2^2}{2}$$

$$\text{То есть } S_4 = S_6$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

043531

S_5 - участок с равномерным движением.

$$S_5 = v t_2'$$

Общий путь Бориса

$$S = \frac{v t_2'}{2} + v t_2' + \frac{v t_2'}{2} = \frac{v t_2}{2 \cdot 3} + \frac{v t_2}{3} + \frac{v t_2}{6} = \frac{2}{3} v t_2$$

Так как путь Бориса и Антоха равен, то:

$$\frac{3}{2} v t_1 = \frac{2}{3} v t_2, \quad t_2 = \frac{9}{4} t_1$$

$t_1 < t_2$ Антон прыгнет первым.

$$\Delta t = (t_2 - t_1) = \frac{9}{4} t_1 - t_1 = \frac{5}{4} t_1$$

тогда как

$$S_2 = \frac{1}{3} S = v t_1, \quad \text{то } t_1 = \frac{S}{3v}$$

$$\text{тогда } \Delta t = \frac{5}{4} \cdot \frac{S}{3v} = \frac{5S}{12v}$$

$$\text{Ответ: } \Delta t = \frac{5S}{12v}$$

185

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

3) Дано:

$$v_0 = 0$$

расстояние между пистолетами S

α - бросовый угол

g - ускорение свободного падения

пути шаров и высота орбиты h

И-то: минимальное расстояние
между шариками в процессе
полёта $d_{\min} = ?$

Решение:

Рассмотрим координаты шариков во времени, для
первого шарика ($L\alpha$)

$$x_1 = v_0 t \cos \alpha$$

$$y_1 = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2$$

для второго шарика ($L\beta$), запущенного
из S

$$x = S$$

$$x_2 = S - v_0 t \cos \beta$$

$$y_2 = v_0 t \sin \beta - \frac{1}{2} g t^2$$

И-то расстояние между шариками:
Евклидово расстояние между шариками

$$d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

$$d^2 = (v_0 t \cos \alpha - (S - v_0 t \cos \beta))^2 + \left((v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2) - (v_0 t \sin \beta - \frac{1}{2} g t^2) \right)^2$$

$$d^2 = (v_0 t (\cos \alpha + \cos \beta) - S)^2 + (v_0 t (\sin \alpha - \sin \beta))^2$$

$$d^2 = (v_0 t (\cos \alpha + \cos \beta) - S)^2 + (v_0 t (\sin \alpha - \sin \beta))^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (v_0 t (\cos \alpha + \cos \beta) - S)^2 + v_0^2 t^2 (\sin \alpha - \sin \beta)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d^2 = v_0^2 t^2 (\cos \alpha + \cos \beta)^2 - 2 S v_0 t (\cos \alpha + \cos \beta) + S^2 + v_0^2 t^2 (\sin \alpha - \sin \beta)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0^2 t^2 ((\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2) - 2 S v_0 t (\cos \alpha + \cos \beta) + S^2$$

Используем тригонометрическое тождество

$$(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 + 2 \cos(\alpha - \beta)$$

$$d^2 = v_0^2 t^2 (2 + 2 \cos(\alpha - \beta)) - 2 S v_0 t (\cos \alpha + \cos \beta) + S^2$$

Возьмем производную $d^2(t)$ от t ; находим экстремум и подставим его
в уравнение для нахождения $\min$ расстояния.

После упрощения получим, что $\min$ расстояние между шариками равно

$$d_{\min} = \frac{S |\sin(\alpha - \beta)|}{\sqrt{2 + \cos(\alpha - \beta)}}$$

$\min$ расстояние между шариками определяется L -м
разности бросовых углов и расстоянием между пистолетами, оно тем
меньше, тем ближе L к g и g к g

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

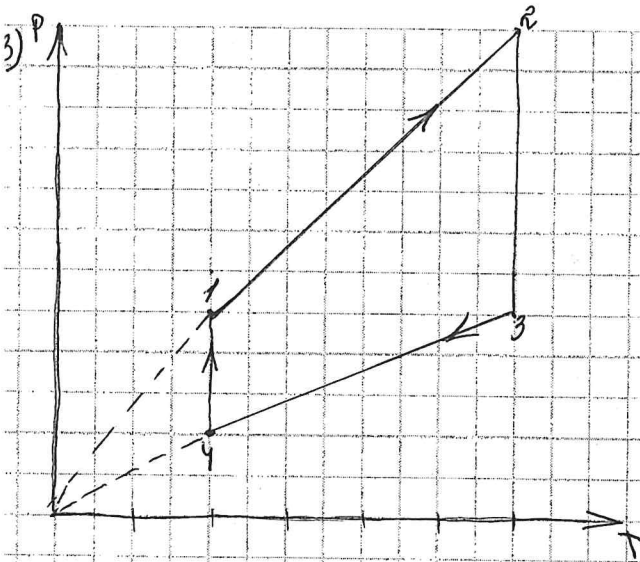


График представляет собой цикл в координатах $P-T$; это позволяет определить работу газа за цикл как площадь замкнутой фигуры. Рассчитаем КПД тепловой машины по формуле цикла.

Работа газа за цикл определяется как площадь фигуры, образованной процессами

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$$

В данном случае это трапеция (или треугольник, если учесть, что процесс $4 \rightarrow 1$ малоинтересен).

Из графика видно, что процессы $1 \rightarrow 2$ и $3 \rightarrow 4$ — изохорные вертикальные линии, значит, в них работа газа отсутствует. Основной вклад в работу даёт процесс $2 \rightarrow 3$ — это изобарное расширение и $4 \rightarrow 1$ — это изобарное сжатие.

Площадь цикла — это площадь трапеции или, другими процессами, это соответствует разнице между работой газа в процессах расширения и сжатия.

Тепло проводится в процессах $1 \rightarrow 2$ изохорно нагрева и $2 \rightarrow 3$ изобарное расширение.

Из уравнения теплоёмкости

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{3}{2} n R \Delta T$$

$$Q_{2 \rightarrow 3} = \frac{5}{2} n R \Delta T$$

$$Q = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} = \frac{3}{2} n R \Delta T + \frac{5}{2} n R \Delta T = 4 n R \Delta T$$

КПД определяется как отношение работы к переданному теплу.

$$\eta = \frac{A}{Q}$$

Работа за цикл равна площади треугольника: $A = \frac{1}{2} (P_2 - P_4) (V_3 - V_1)$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$A = n R \Delta T$$

Тогда:

$$\eta = \frac{n R \Delta T}{4 n R \Delta T} \cdot 100\% = \frac{1}{4} \cdot 100\% = 0,25 \cdot 100\% = 25\%$$

150.

Даны: КПД тепловой машины, работающей по замкнутому циклу
равна 25%. $\eta = 25\%$

Дано:

$$V_m = 5000 \text{ м}^3$$

$$\mu = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$P_m = 110 \text{ кПа}$$

$$t = 43^\circ \text{C}$$

$$P_{\text{атм}} = 100 \text{ кПа}$$

$$\varphi_1 = 10\%$$

$$\varphi_2 = 90\%$$

$$\mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$P_{\text{атм}} = 9000 \text{ Па}$$

См.

$$110 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$T = 316 \text{ К}$$

$$100 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

Решение:

Из уравнения Менделеева-Клапейрона.

$$(P_{\text{атм}} + P_n) V_0 = \frac{m \mu}{M} R T$$

$$\rho = \frac{m}{V_0} = \frac{(P_{\text{атм}} + P_n) M}{R T}$$

$$\rho = \frac{(100 + 0,9) \cdot 10^3 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 316}$$

$$= 1,1 \text{ кг/м}^3$$

Найти:
мд - ?

Давление парциальное определим по формуле:

$$\varphi = \frac{P_n}{P_{\text{атм}}} \cdot 100, \quad P_n = \frac{\varphi P_{\text{атм}}}{100}$$

$$P_{n1} = \frac{10 \cdot 9000}{100} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$P_{n2} = \frac{90 \cdot 9000}{100} = 8,1 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

Архимедова сила, действующая на шар:

$$F_A = \rho g V_m$$

$$F_A = 1,11 \cdot 10 \cdot 5000 = 55500 \text{ Н}$$

$$V_{m2} = \frac{P_1 V_{m1}}{P_2}$$

$$V_{m2} = \frac{(P_{\text{атм}} + P_{n1} + P_{n2})}{P_{\text{атм}} + P_{n2} + P_{n1}}$$

$$V_{m2} = \frac{(100 + 0,9 + 110) \cdot 10^3 \cdot 5000}{100 + 8,1 + 110 \cdot 10^3} = 4834,9 \text{ м}^3$$

$$F_{A2} = 1,11 \cdot 10 \cdot 4834,9 = 53667,4 \text{ Н}$$

Так как $F_A = mg = F_{A2}$, то

$$m = \frac{F_A - F_{A2}}{g} \Rightarrow m = \frac{55500 - 53667,4}{10} = 183,3 \text{ кг}$$

Ответ: $m = 183,3 \text{ кг}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

1) Дано:

q_1 — заряд первого шарика

q_2 — заряд второго шарика

q_3 — заряд третьего шарика

Найти: F_1 ?

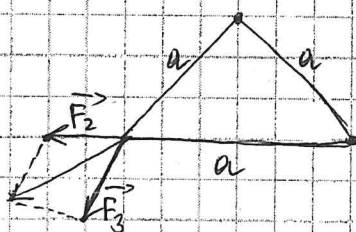
Решение

$$q_1 = \frac{K q_2}{a}$$

$$q_1 = \frac{q_2 a}{K}$$

$$q_2 = \frac{K q_3}{a}, \quad q_2 = \frac{q_3 a}{K}$$

$$q_3 = \frac{K q_1}{a}, \quad q_3 = \frac{q_1 a}{K}$$



a — сторона равностороннего
треугольника

По закону Кулона

$$F_2 = \frac{K q_1 q_2}{a^2} = \frac{K \cdot \frac{q_1 a}{K} \cdot \frac{q_2 a}{K}}{a^2} = \frac{q_1 q_2}{K}$$

$$F_3 = \frac{K q_1 q_3}{a^2} = \frac{K \cdot \frac{q_1 a}{K} \cdot \frac{q_3 a}{K}}{a^2} = \frac{q_1 q_3}{K}$$

Угол между векторами $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ равен 60° ; т.к. треугольник равносторонний

Результирующая сила равна:

$$F = \sqrt{F_2^2 + F_3^2 + 2 F_2 F_3 \cos 60^\circ}$$

$$F_1 = \sqrt{\left(\frac{q_1 q_2}{K}\right)^2 + \left(\frac{q_1 q_3}{K}\right)^2 + 2 \frac{q_1 q_2}{K} \cdot \frac{q_1 q_3}{K} \cdot \cos 60^\circ} =$$

$$= \frac{q_1}{K} \sqrt{q_2^2 + q_3^2 + 2 q_2 q_3 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{q_1}{K} \sqrt{q_2^2 + q_3^2 + q_2 \cdot q_3}$$

$$\text{Ответ: } F_1 = \frac{q_1}{K} \sqrt{q_2^2 + q_3^2 + q_2 \cdot q_3}$$

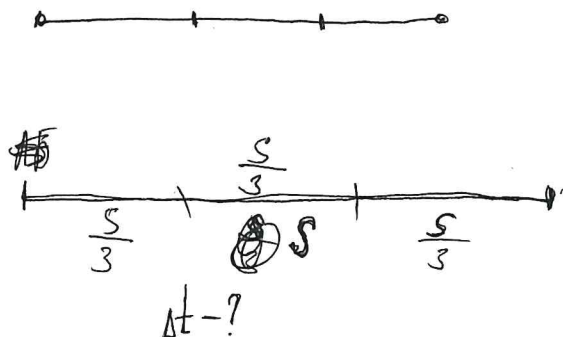
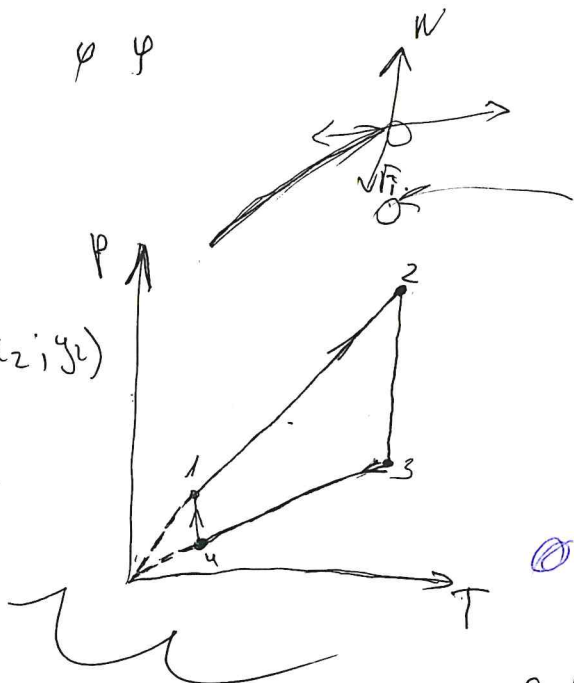
Handwritten signature

φ φ

L u B.

$$(x_1, y_1) \cup (x_2, y_2)$$

A w b



$$T_h = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{10a}{3}}$$

$$x_1 = U_0 \vee \cos d.$$

$$d^2 = (v_0 + (\cos \alpha - \cos \beta) - s)^2 + (v_0 (\sin \alpha - \sin \beta))^2 =$$

$$\Rightarrow (v_0 + (\cos \alpha + \cos \beta) - s)^2 + v_0^2 (\sin \alpha - \sin \beta)^2 =$$

$$\Rightarrow (V_0 + (\cos \alpha + \cos \beta) \cdot S)^2 + V_0^2 (\sin \alpha - \sin \beta)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d^2 = V_0^2 + \frac{1}{4}(\cos 2\alpha + \cos 2\beta)^2 - 2SV_0(\cos \alpha + \cos \beta) + S^2 + V_0^2(\sinh^2 - \sin^2 \beta)^2 \Rightarrow$$

$$= V_0^2 + ((\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2) - 2SV_0(\cos \alpha + \cos \beta) + S^2$$

Усп. прираществ. тождество.

$$(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 + 2\cos(\alpha - \beta)$$

$$d^2 = l_0^2 (2 + 2\cos(\alpha - \beta)) - 2sl_0 t (\cos\alpha + \cos\beta) + s^2$$

Всп произвольного $d^2(t)$ от, назови экстремум и подставим в уравнение для поиска ~~мин~~ расстояния. После упрощения

После второго погужения, 250 мин расстояние м/у измерителами:

$$d_{min} = \frac{S \sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha}$$

$$d_{\min} = \frac{S |\sin(\alpha - \beta)|}{\sqrt{1 + \cos(\alpha - \beta)}}$$

т.е. ~~расстояние~~ расстояние между машин. Опред. L и радиост. L к друг к другу.

