

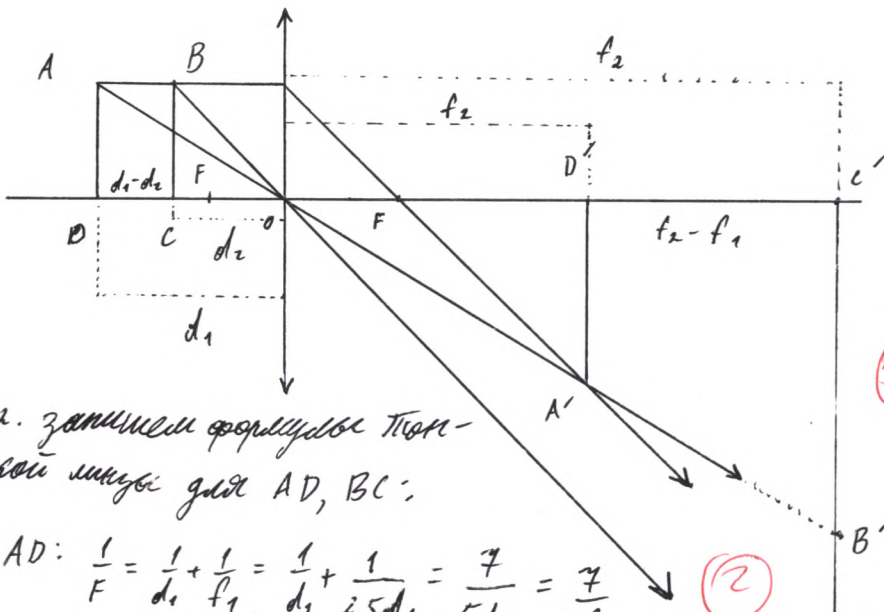
Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
595 Детерминант Февальт Данил	17.03.21	Полтшинова Е.И.	

N1

$$1. \Gamma_1 = 2,5 = \frac{f_1}{d_1} \Rightarrow f_1 = 2,5d_1 \quad \Gamma_2 = 6 = \frac{f_2}{d_2} \Rightarrow f_2 = 6d_2$$

$$d_1 = \frac{f_1}{2,5} \quad d_2 = \frac{f_2}{6}$$



A'B'C'D' - прямоугольная трапеция

2. Запишем формулы тонкой линзы для AD, BC:

$$AD: \frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{2,5d_1} = \frac{7}{5d_1} = \frac{7}{2f_1}$$

$$BC: \frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{6d_2} = \frac{7}{6d_2} = \frac{7}{f_2}$$

$$\Rightarrow \frac{DC}{D'C'} = \frac{d_1/6}{2,5d_1} = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{5d_1} = \frac{7}{6d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{5}{6}d_1$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2f_1} = \frac{7}{f_2} \Rightarrow f_2 = 2f_1$$

$$d_1 - d_2 = \frac{d_1}{6} = DC = AB$$

$$f_2 - f_1 = f_1 = 2,5d_1 = D'C'$$

3. Обозначим $AD = BC = x$, тогда $D'A' = 2,5x$, $B'C' = 6x$ (по условию, из линейного увеличения).

$$S_{ABCD} = AD \cdot DC = \frac{d_1}{6} \cdot x$$

$$S_{A'B'C'D'} = \frac{(A'D' + B'C')}{2} \cdot D'C' = \frac{2,5x + 6x}{2} \cdot 2,5d_1 = 10,625d_1x$$

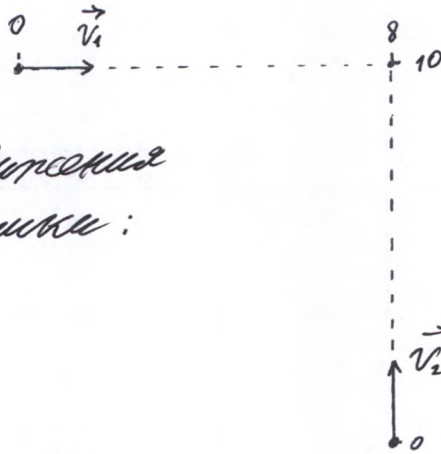
$$\Rightarrow \frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{10,625d_1x \cdot 6}{d_1x} = 63,75$$

Ответ: 63,75

175

N2

1. $v_1 = 8 \text{ мкм/с}$
 $v_2 = 10 \text{ мкм/с}$



2. Запишем уравнения движения для кораблей, из кинематики:

$$x_1 = v_1 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$x_2 = v_2 t + \frac{a t^2}{2}$$

по условию, необходимо чтобы при

$x_1 = 8$, $x_2 \leq 9$, когда 1-ый корабль впервые пройдет через точку пересечения траекторий, при этом расстояние между кораблями останется не меньше 1 мм.

$$\begin{cases} v_1 t + \frac{a t^2}{2} = 8 \\ v_2 t + \frac{a t^2}{2} \leq 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8t + \frac{a t^2}{2} - 8 = 0 \Rightarrow a = \frac{2(8-8t)}{t^2} \\ 10t + \frac{a t^2}{2} \leq 9 \Rightarrow 10t + 8 - 8t - 9 \leq 0 \Rightarrow t \leq \frac{1}{2}, \text{ из кинематики} \end{cases}$$

известно, что $t \sim \frac{1}{a} \Rightarrow$ возьмём максимальное $t = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$$8 \cdot \frac{1}{2} + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{4} = 8 \Rightarrow \frac{a}{8} = 4 \Rightarrow a = 32 \frac{\text{мм}}{\text{с}^2}$$

Однако при данной a , расстояние между ними, когда они будут находиться на горизонтале будет < 1 мм. Рассмотрим другой случай.

$x_1 = 9$, корабль 1 уже прошёл точку пересечения, а значит для того, чтобы получить отрицательное a , $x_2 = 10$ - находится в точке пересечения траекторий:

$$\begin{cases} 9 = 8t + \frac{a t^2}{2} \\ 10 = 10t + \frac{a t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2(9-8t)}{t^2} \\ a = \frac{2(10-10t)}{t^2} \end{cases} \Rightarrow 9 = 8t + \frac{t^2 \cdot 2(10-10t)}{t^2} \Rightarrow 9 = 8t + 10 - 10t \Rightarrow t = \frac{1}{2} \text{ с} \Rightarrow a = \frac{2(10-5)}{(\frac{1}{2})^2} = 40 \frac{\text{мм}}{\text{с}^2}$$

Ответ: $40 \frac{\text{мм}}{\text{с}^2}$

105.

05-0

масса $m_1 = 3 \text{ кг}$

$t_1 = 10^\circ \text{C}$

$m_2 = 4 \text{ кг}$

$t_2 = 90^\circ \text{C}$

$M = 1 \text{ кг}$ - масса АД

$c_{\text{в}} = 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$

$c_{\text{ж}} = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$

2. Запишем уравнение теплового баланса для бруска и содержимого 1-ого и 2-ого цилиндров:

① $M \cdot c_{\text{ж}} (t_2 - x_1) = m_1 c_{\text{ж}} (x_1 - t_1)$ - для переноса бруска

из сосуда 2 в сосуд 1, где x_1 - температура, установившаяся с тепловым равновесием.

② $M c_{\text{ж}} (x_2 - x_1) = m_2 c_{\text{ж}} (t_2 - x_2)$ - для переноса бруска из сосуда 1 в сосуд 2, где x_2 - температура, установившаяся с тепловым равновесием.

3. По условию необходимо, чтобы $|x_2 - x_1| < 5^\circ \text{C}$

1) цикл:
$$\begin{cases} 1 \cdot 900 (90 - x_1) = 3 \cdot 4200 (x_1 - 10) \\ 1 \cdot 900 (x_2 - x_1) = 4 \cdot 4200 (90 - x_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 \approx 15,333^\circ \text{C} \\ x_2 \approx 86,2^\circ \text{C} \end{matrix}$$

2) цикл:
$$\begin{cases} 1 \cdot 900 (86,2 - x_1) = 3 \cdot 4200 (x_1 - 15,333) \\ 1 \cdot 900 (x_2 - x_1) = 4 \cdot 4200 (86,2 - x_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 \approx 20,05^\circ \text{C} \\ x_2 \approx 82,85^\circ \text{C} \end{matrix}$$

3) цикл:
$$\begin{cases} 1 \cdot 900 (82,85 - x_1) = 3 \cdot 4200 (x_1 - 20,05) \\ 1 \cdot 900 (x_2 - x_1) = 4 \cdot 4200 (82,85 - x_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 \approx 24,65^\circ \text{C} \\ x_2 \approx 79,89^\circ \text{C} \end{matrix}$$

4) цикл:
$$\begin{cases} 1 \cdot 900 (79,89 - x_1) = 3 \cdot 4200 (x_1 - 24,65) \\ 1 \cdot 900 (x_2 - x_1) = 4 \cdot 4200 (79,89 - x_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 \approx 28,33^\circ \text{C} \\ x_2 \approx 74,26^\circ \text{C} \end{matrix}$$

5) цикл:
$$\begin{cases} 1 \cdot 900 (74,26 - x_1) = 3 \cdot 4200 (x_1 - 28,33) \\ 1 \cdot 900 (x_2 - x_1) = 4 \cdot 4200 (74,26 - x_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 \approx 31,59^\circ \text{C} \\ x_2 \approx 74,93^\circ \text{C} \end{matrix}$$

$$6) \begin{cases} 1.900(44,93 - x_1) = 3.4200(x_1 - 31,59) \\ 1.900(x_2 - x_1) = 4.4200(44,93 - x_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 \approx 34,47 \\ x_2 \approx 42,87 \end{matrix}$$

4) ~~уравнение~~

$$\begin{cases} 1.900(42,87 - x_1) = 3.4200(x_1 - 34,47) \\ 1.900(x_2 - x_1) = 4.4200(42,87 - x_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 \approx 37,03 \\ x_2 \approx 41,04 \end{matrix}$$

8) ~~уравнение~~

$$\begin{cases} 1.900(41,04 - x_1) = 3.4200(x_1 - 37,03) \\ 1.900(x_2 - x_1) = 4.4200(41,04 - x_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 \approx 39,29 \\ x_2 \approx 69,42 \end{matrix}$$

далее аналогично:

9) $x_1 \approx 41,3$
 $x_2 \approx 67,9$

19) $x_1 \approx 52,11$
 $x_2 \approx 60,0$

10) $x_1 \approx 43,07$
 $x_2 \approx 66,6$

20) $x_1 \approx 52,63$
 $x_2 \approx 59,6$

11) $x_1 \approx 44,64$
 $x_2 \approx 65,48$

21) $x_1 \approx 53,0$
 $x_2 \approx 59,26$

~~12)~~ $x_1 \approx 46,02$
 $x_2 \approx 64,49$

22) ~~уравнение~~: $x_1 \approx 53,41$
 $x_2 \approx 58,96$ $\Rightarrow |x_1 - x_2| = 5,55$

~~13)~~ $x_1 \approx 44,25$
 $x_2 \approx 63,6$

23) ~~уравнение~~: $x_1 \approx 53,78$
 $x_2 \approx 58,69$ $\Rightarrow |x_1 - x_2| = |53,78 - 58,69| < 5$

14) $x_1 \approx 48,34$
 $x_2 \approx 62,82$

\Rightarrow 23 ~~уравнение~~ Ответ: 23 ~~уравнение~~.

15) $x_1 \approx 49,3$
 $x_2 \approx 62,1$

16) $x_1 \approx 50,1$
 ~~$x_2 \approx 61,49$~~

17) $x_1 \approx 50,85$
 $x_2 \approx 60,94$

18) $x_1 \approx 51,52$
 $x_2 \approx 60,46$

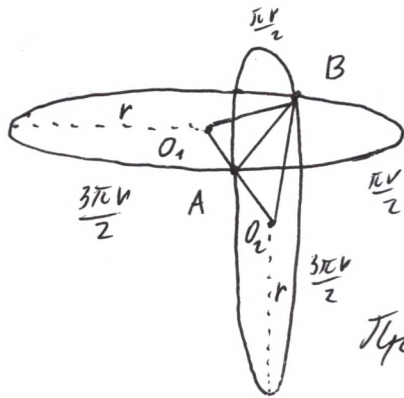
Р.С.Р

8

165.

1. Найдем сопротивление по формуле $R = \frac{\rho l}{S}$ (2)

т.к. кабель перпендикулярен, А, В - диаметр точки $\Rightarrow \angle AB = x$, $\angle AB$ - угол, стягивающий дугу.



$\triangle AO_1B$ и $\triangle AO_2B$:

$AB = \sqrt{r^2 + r^2} = r\sqrt{2}$ - из геометрических соотношений.

Представим дуги кабеля, как резисторы, и составим эквивалентную схему:

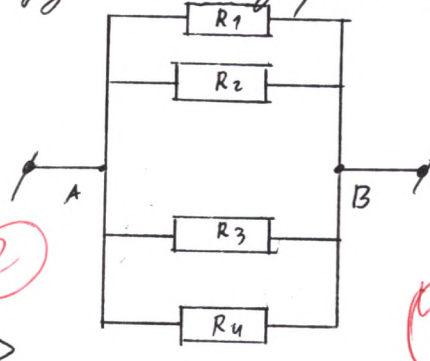
тогда $R_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$ (2)

т.к. $R_1 \parallel R_2 \parallel R_3 \parallel R_4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{2S}{\rho \pi r} \cdot 2 + \frac{2S}{3\rho \pi r} \cdot 2 = \frac{4 \cdot 3S}{3\rho \pi r} + \frac{4S}{3\rho \pi r} = \frac{16S}{3\rho \pi r} \Rightarrow R_{AB} = \frac{3\rho \pi r}{16S}$$

сопротивление 1 кабеля $= R_k = \frac{\rho \cdot 2\pi r}{S}$

$$\Rightarrow \frac{R_k}{R_{AB}} = \frac{\rho \cdot 2\pi r}{S} \cdot \frac{16S}{3\rho \pi r} = \frac{32}{3} \text{ (2) Ответ: } \frac{32}{3} .$$



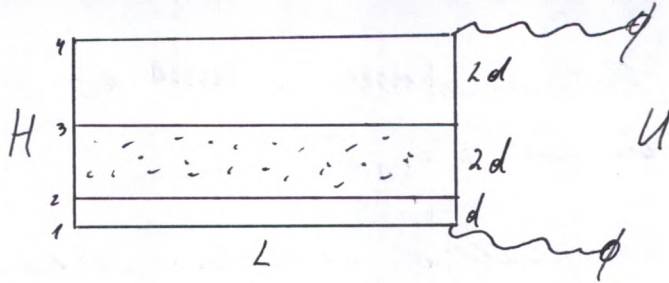
$$R_1 = R_2 = \frac{\rho \cdot x}{S} = \frac{\rho \pi r}{2S}$$

$$R_3 = R_4 = \frac{3\rho \pi r}{2S}$$

140

25

1. смотри рис.



2. $U = \frac{k \cdot q}{H} = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon' H}$ - напряжение между 1 и 4 максимален, где $\epsilon' = 1$

$U' = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon (2d + \Delta d)}$ - напряжение между 2 и 3, где $\epsilon = 4$, Δd - толщина 3-го слоя

$\Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon (2d + \Delta d)} \cdot \frac{\epsilon_0 \epsilon' H}{q} = \frac{H}{\epsilon (2d + \Delta d)} \Rightarrow U' = \frac{UH}{\epsilon (2d + \Delta d)}$

3. Напряженность E можно рассчитать по формуле:

$E = \frac{U'}{2d + \Delta d} = \frac{UH}{\epsilon (2d + \Delta d)^2}$, берем условие Δd : $(2d + \Delta d)^2 = \frac{\epsilon E}{UH}$
 $\Rightarrow |2d + \Delta d| = \sqrt{\frac{\epsilon E}{UH}} \Rightarrow \Delta d = -\sqrt{\frac{\epsilon E}{UH}} + 2d =$
 $= -\sqrt{\frac{4 \cdot 20}{400 \cdot 10}} + 2 \cdot 2 = 3,85 \text{ мм}$ - толщина третьего слоя, необходимая для пробоя.

4. Найдем объем заряженного диэлектрика по формуле $V = L^2 \cdot \Delta d =$
 $= 100 \cdot 100 \cdot 3,85 = 38500 \text{ мм}^3$

Ответ: 38500 мм^3

задача решена с олимпиадой

2D

Ф-52