Шифр 08355

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
21б	22.03.24	Гендрихо	

1	2	3	4	5
6	7	7	0	1

задача № 1

Пусть ~~a44b~~ $\overline{abcd}$ - четырех знач. число и $a+b+c+d=f$, ~~т.к.~~, а $\frac{\overline{abcd}}{f}=l$

f - это сумма четырёх цифр: $1<f<36$

т.к. нам нужно чтобы отношение $\frac{\overline{abcd}}{f}=l$ было минимальным, то при одинаковых f число $\overline{abcd}$ - должно быть минимальным, ~~д~~ переберём все значения f и подберем к ним миним. числа которые дают такую сумму цифр.

~~для~~ если:

6б

$f=1$: $\overline{abcd}=1000$ $l=1000$

$f=2$: $\overline{abcd}=1001$ $l=500,5$

$f=3$: $\overline{abcd}=1002$ $l=334$

$f=4$: $\overline{abcd}=1003$ $l=250,75$

$f=5$: $\overline{abcd}=1004$ $l=200,8$

$f=6$: $\overline{abcd}=1005$ $l=167,5$

$f=7$: $\overline{abcd}=$ ~~143,1~~ 1006 $l=143,...$

$f=8$: $\overline{abcd}=1007$ $l=125,...$

$f=9$: $\overline{abcd}=1008$ $l=112$

$f=10$: $\overline{abcd}=1009$ $l=100,9$

$f=11$: $\overline{abcd}=1019$ $l=92,...$

$f=12$: $\overline{abcd}=1029$ $l=85,...$

$f=13$: $\overline{abcd}=1039$ $l=79,...$

скобы

Чистовик

Шифр 08355

$f=14$: $\overline{abcd}=1049$ $l=74,...$

$f=15$: $\overline{abcd}=1059$ $l=70,...$

$f=16$: $\overline{abcd}=1069$ $l=66,...$

$f=17$: $\overline{abcd}=1079$ $l=63,...$

$f=18$: $\overline{abcd}=1089$ $l=60,...$

$f=19$: $\overline{abcd}=1099$ $l=57,...$

$f=20$: $\overline{abcd}=1199$ $l=59,...$

$f=21$: $\overline{abcd}=1299$ $l=60,...$

$f=22$: $\overline{abcd}=1399$ $l=63,...$

$f=23$: $\overline{abcd}=1499$ $l=65,...$

$f=24$: $\overline{abcd}=1599$ $l=66,...$

$f=25$: $\overline{abcd}=1699$ $l=67,...$

$f=26$: $\overline{abcd}=1799$ $l=69,...$

$f=27$: $\overline{abcd}=1899$ $l=70,...$

$f=28$ $\overline{abcd}=1999$ $l=71,...$

$f=29$: $\overline{abcd}=2999$ $l=103,...$

$f=30$: $\overline{abcd}=3999$ $l=133,...$

$f=31$: $\overline{abcd}=4999$ $l=161,...$

$f=32$: $\overline{abcd}=5999$ $l=187,...$

$f=33$: $\overline{abcd}=6999$ $l=212,...$

$f=34$: $\overline{abcd}=7999$ $l=235,...$

$f=35$: $\overline{abcd}=8999$ $l=257,...$

$f=36$: $\overline{abcd}=9999$ $l=277,...$

~~От~~ Отсюда мы ~~вы~~ видим что минимальное отношение l будет при $\overline{abcd}=1099$

Ответ: 1099

задание №2

25

т.к. $y^2-x^2>y-x$

$(y-x)(y+x)-(y-x)>0$

$(y-x)(y+x-1)>0$, т.к $x<\frac{1}{2}$ и $y<\frac{1}{2}$, то $x+y<1$, значит

$(x+y-1)<0$, значит $y-x<0$, т.к.

$y>0$ и $x>0$, то $y<x$

~~Рас~~

Рассмотрим нер-во 2:

Чистовик

Шифр 08355

$(y-x)(y^2+xy+x^2)-(y-x)>0$

$(y-x)(y^2+xy+x^2-1)>0$

Из выше доказ. $y-x<0$, значит нужно доказать что и

$y^2+xy+x^2-1<0$, т.к. $\begin{cases} 0<y<\frac{1}{2} \Rightarrow 0<y^2<\frac{1}{4} \\ 0<x<\frac{1}{2} \Rightarrow 0<x^2<\frac{1}{4} \end{cases}$

$0<x\cdot y<\frac{1}{4}$

Значит $0<x^2+y^2+xy<\frac{3}{4}$

$-1<x^2+y^2+xy-1<-\frac{1}{4}$

Следовательно $y^2+xy+x^2-1<0$, значит нер-во:

$y^3-x^3>y-x$ верно

ч т.д.

задание № 3

1) Рассмотрим $P(17)$, т.к все члены этого многочлена кроме a_0 точно делятся на 17 то $a_0\equiv 2024 \pmod{17}$

значит $a_0\equiv 1\equiv -16 \pmod{17}$

~~$H(1)=1$ / $a_0\neq 1$~~

2) Рассмотрим $P(101)$ —"— $a_0\equiv 4\equiv -97 \pmod{101}$.

3) Выпишем все a_0, для которых выполняется $|a_0|<999$ и выполняется условие из п. 2:

4; 105; 206; 307; 408; 509; 610; 711; 812; 913; -97; -198; -299; -400; -501; -602; -703; -804; -905

Из всех этих чисел условию из п. 1 соответствует скобы

Чистовик

Шифр 08355

только число 307, ~~а~~, т.к. формула многочлена общая, то a_0 должно соответствовать и условию п.1 и условию п.2, значит нам подходит только $a_0 = 307$.

Ответ: ~~307~~ $a_0 = 307$.

задание № 5

т.к. $S_\Delta = 1$ $S_\Delta = \frac{a \cdot b \cdot \sin\alpha}{2}$, т.к. Δ Равност. $a = b$ и $\angle\alpha = 60°$

$\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 1$

$a^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$a = \sqrt{\frac{4\sqrt{3}}{3}}$, ~~а т.к. данный отрезок~~

~~т.к. PQ и MK не $\parallel$, а это невозможно ни при каких условиях кроме того что P совпадает с M, а Q совпадает с K, ведь в другом случае. Пусть A середина стороны MK, т.к. MA = MK;~~

т.к. $PQ \nparallel MK$ то $PQ \neq \frac{\sqrt{\frac{4\sqrt{3}}{3}}}{2}$, любые другие знач. он может принимать т.к. MNK равност.

Ответ $0 < PQ < \frac{\sqrt{\frac{4\sqrt{3}}{3}}}{2}$ и $\frac{\sqrt{\frac{4\sqrt{3}}{3}}}{2} < PQ < \sqrt{\frac{4\sqrt{3}}{3}}$

~~нет множества~~