

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
285	12.03.25	Лыткин Н.А.	Л
Шифр			025-2 М-38

Вариант 1

№ 1

$$(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

Найти мин. знач.

1) обозначим $7+a-b$ за x_1 , $2+b-c$ за x_2 , $9+c-a$ за x_3

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ - найти мин. знач.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7+a-b+2+b-c+9+c-a = 18$$

2) т.к. для получения минимального значения суммы квадратов необходимо использовать среднее арифметическое значение подстепенных выражений,

то для нахождения минимального значения выражения $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ x_1 должен быть равен

$$x_2 \text{ и } x_3 \Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = \frac{18}{3} = 6$$

$$6^2 + 6^2 + 6^2 = 108, \text{ что и есть минимальное}$$

значение выражения.

№ 2

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

1) Преобразуем выражение $P(x)$

$$P(x) = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506$$

2) т.к. коэффициент при $x^2 = Q(x)$, то при подстановки

x_1, x_2, x_3, x_4 , которые являются корнями $Q(x)$; коэффициент

при x^2 будет равным нулю $\Rightarrow P(x_1, x_2, x_3, x_4) = -x_n + 506$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

025-2
14-38

$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4)$ имеет вид
 $-x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 506 \cdot 4 = 4 \cdot 506 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$
 Согласно теореме Виета для приведённых
 уравнений четвёртой степени, сумма корней
 уравнения равна $-b$, где b - коэффициент при x^3 ,
 получаем, что $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$
 подставим полученное значение выражения в формулу
 $4 \cdot 506 - (-1) = 4 \cdot 506 + 1 = 2024 + 1 = 2025$.

Ответ: 2025

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

1) $\Rightarrow$ уравняем косинус и оставшуюся часть ур-ния к
 у/и $g(x)$

$$y = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11$$

$$g = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}$$

2) найдём производную от y

$$y' = 2x - \frac{6x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$0 = 2x - \frac{6x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$0 = \frac{2x\sqrt{x^2+1} - 6x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\frac{x^2+1}{x} \neq 0$$

$$0 = 2x(\sqrt{x^2+1} - 3)$$

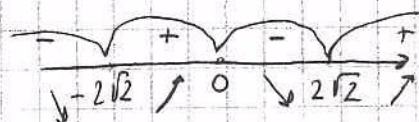
$$x=0$$

$$3 = \sqrt{x^2+1}$$

$$9 = x^2+1$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$



3) посчитаем $y_{\min} = 8 - 6 \cdot 3 + 11 = 1$, т.к. в ур-нии x^2

квадрате $\Rightarrow y(-2\sqrt{2}) = y_{\min}(2\sqrt{2}) \Rightarrow$

$$\cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 1$$

$$g(-2\sqrt{2}) = \cos \frac{8-4-4}{18} = \cos 0 = 1$$

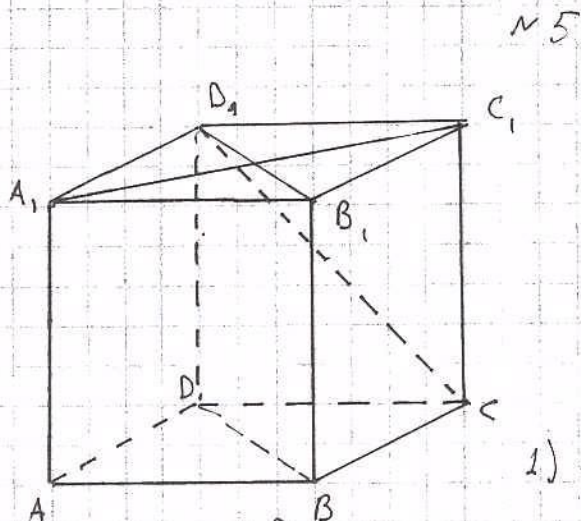
$$g(2\sqrt{2}) = \cos \frac{8+4-4}{18} = \cos \frac{16}{18} \neq 1 \Rightarrow x = -2\sqrt{2}$$

Ответ: $-2\sqrt{2}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

025-2
1438



Дано: куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

$d \perp A_1 B_1 C_1$; $B \parallel D_1 C_1$

Найти $\angle_{\min}(d; B)$

Решение:

1) пред пусть грань куба $= 1 \Rightarrow ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$

- 2) проведем d так, что эта плоскость образует сс $DD_1, B_1 D_1$
- 3) рассмотрим призму $DD_1 B_1 B C_1 C$

т.к $B \parallel D_1 C_1 \Rightarrow$ можем сказать, что $CD_1 \in B$

т.к DD_1 наименьший угол

между прямой и плоскостью

образуется между наклонной и

плоскостью $\Rightarrow \angle K D_1 C_1$

$$D_1 K = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{1,5}$$

$$D_1 C_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

т.к CK - перпендикуляр $\Rightarrow \angle D_1 K C = 90^\circ$

$$\cos \angle K D_1 C_1 = \frac{\sqrt{1,5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\arccos \angle K D_1 C_1 = 30^\circ$$

Ответ: 30°

