

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
925		Червинская А.С. Жер	
Шифр			520687

№2) Дано: S, v_0 Найти: d ?



Пусть h_1 - макс. высота полета шарика (1)

h_2 - макс. выс. полета шарика (2).

t_1 - время полета (1), t_2 - время полета (2)

$$h_1 = \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}, \quad h_2 = \frac{gt_2^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g} \Rightarrow \begin{cases} t_1^2 = \frac{4v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} \\ t_2^2 = \frac{4v_0^2 \sin^2 \beta}{g^2} \end{cases}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$S = v_0 \cos \alpha \cdot t_1 = v_0 \cos \beta \cdot t_2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \beta} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 2\beta, \text{ т.к. } \alpha \neq \beta, \text{ то}$$

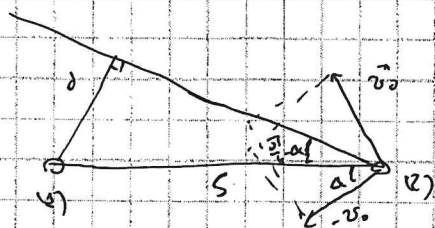
$$2\alpha = \pi - 2\beta, \quad \alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

Получаем уравнение относительно α решая:

$$0 = v_0 \sin \alpha \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}; \quad S = v_0 \cos \alpha \cdot t_1 = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} =$$

$$= \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{S \cdot g}{v_0^2}. \quad \text{Перейдем в СО шарика (1), тогда}$$

в этой СО шарик 2 будет двигаться без ускорения, прямолинейно.



Минимальное расстояние d - перпендикуляр из (2)

к пути движения (2). $d = S \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) =$

$$= S \cdot \left(\sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{4} \right); \quad \cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{d \cdot \sqrt{2}}{S} = (\cos \alpha - \sin \alpha) \Rightarrow$$

$$\frac{2d^2}{S^2} = (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha =$$

$$= 1 - \sin 2\alpha = 1 - \frac{S \cdot g}{v_0^2} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{S^2}{2} - \frac{S^2 g}{2v_0^2}} = \frac{S}{v_0 \sqrt{2}} \cdot \sqrt{v_0^2 - Sg}$$

Ответ: $d = \frac{S}{v_0} \cdot \sqrt{\frac{v_0^2 - Sg}{2}}$

205

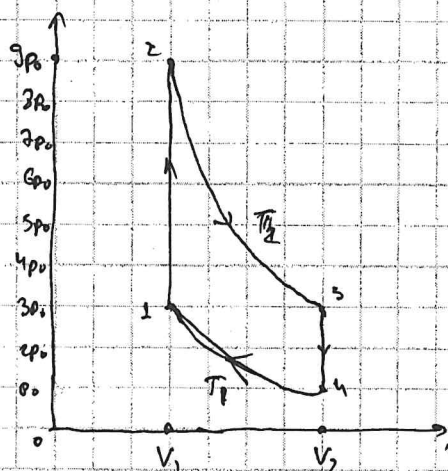
Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

820687

№3)

Перестроим данный график в координатах $p(V)$:



1-2 - изохора, $Q_{12} > 0$, $Q_{12} = A_{12}$, $\Delta U_{12} = 0$

2-3 - изотерма, $Q_{23} > 0$, $Q_{23} = A_{23}$, $\Delta U_{23} = 0$

3-4 - изохора, $Q_{34} < 0$, $Q_{34} = A_{34}$, $\Delta U_{34} = 0$

4-1 - изотерма, $Q_{41} < 0$, $Q_{41} = A_{41}$, $\Delta U_{41} = 0$

$$A_{\text{общ}} = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = A_{23} + A_{41}$$

$$A_{23} = 2RT_2 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \leftarrow \text{известная формула для работы изотерм. процесса.}$$

$$A_{41} = 2RT_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}; \quad T_1 = 2T_0, \quad T_2 = 6T_0 \leftarrow \text{из уравнений графика}$$

$$A_{\text{общ}} = A_{23} + A_{41} = 2RT_0 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} - 2RT_0 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = 4RT_0 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_H = Q_{12} + Q_{23}; \quad Q_{12} = \Delta U_{12} = 0; \quad Q_{23} = 2RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2} 2RT_0 \ln \frac{V_2}{V_1} = 3RT_0 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_{23} = A_{23} = 6RT_0 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_H = 6RT_0 \left(1 + \ln \frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\eta = \frac{A_{\text{общ}}}{Q_H} = \frac{4RT_0 \ln \frac{V_2}{V_1}}{6RT_0 \left(1 + \ln \frac{V_2}{V_1} \right)}$$

По закону Клапейрона-Менделеева:

$$3p_0 V_1 = 2\nu RT_0; \quad 3p_0 V_2 = 6\nu RT_0 \Rightarrow V_1 = \frac{2}{3} \frac{\nu RT_0}{p_0}, \quad V_2 = 2\nu R \frac{T_0}{p_0}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{2\nu R \frac{T_0}{p_0}}{\frac{2}{3} \frac{\nu RT_0}{p_0}} = 3$$

$$\eta = \frac{2}{3} \cdot \frac{\ln 3}{1 + \ln 3}$$

Возможет ли это

калькуляторы не позволяют точно рассчитать значение η , поэтому воспользуемся

приближением $\ln 3 \approx 1 \Rightarrow \eta \approx \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$. В процентах!

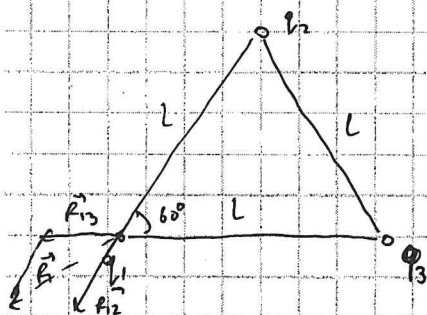
$$\eta \approx \frac{100}{3} \% \approx 33\%$$

Ответ: $\eta \approx 33\%$

206

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№4) Дано: q_1, q_2, q_3 ; Найти: F_1 ?



$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{L}, \quad \varphi_2 = \frac{kq_2}{L}, \quad \varphi_3 = \frac{kq_3}{L}$$

$$F_{12} = \frac{kq_1 q_2}{L^2} = \frac{kq_1}{L} \cdot \frac{kq_2}{L} \cdot \frac{1}{k} = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{k}$$

$$F_{13} = \frac{kq_1 q_3}{L^2} = \frac{kq_1}{L} \cdot \frac{kq_3}{L} \cdot \frac{1}{k} = \frac{\varphi_1 \varphi_3}{k}$$

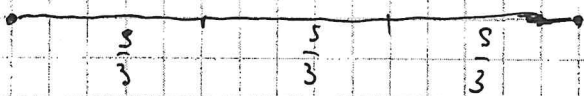
По теореме косинусов: $F_1 = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2 - 2F_{12} \cdot F_{13} \cdot \cos(120^\circ)}$

$$= \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2 + F_{12} F_{13}} = \sqrt{\frac{\varphi_1^2 \varphi_2^2}{k^2} + \frac{\varphi_1^2 \varphi_3^2}{k^2} + \frac{\varphi_1^2 \varphi_2 \varphi_3}{k^2}} = \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2}$$

$$= 4\pi \epsilon_0 \varphi_1 \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2}$$

Ответ: $F_1 = 4\pi \epsilon_0 \varphi_1 \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2}$ ✓

№1)



Дано: S, v ; Найти: at_1 , $Sum A$?

Для Антона:

$$\frac{S}{3} = \frac{a_1 t_1^2}{2}; \quad v = a_1 t_1$$

$$\frac{S}{3} = v t_2; \quad \frac{S}{3} = v t_3 - \frac{a_1 t_3^2}{2}$$

$$\frac{S}{3} = \frac{a_1 t_1^2}{2} = a_1 t_1 t_3 - \frac{a_1 t_3^2}{2} \Rightarrow t_3^2 - 2t_1 t_3 + t_1^2 = 0 \Rightarrow (t_3 - t_1)^2 = 0 \Rightarrow t_1 = t_3$$

Конечная скорость Антона $= 0$.

$$\frac{S}{3} = \frac{v t_1^2}{2}, \quad \frac{S}{3} = \frac{v t_1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{2S}{3v}$$

$$t_A = t_1 + t_2 + t_3 = 2t_1 + t_2 = \frac{4S}{3v} + \frac{S}{3v} = \frac{5S}{3v}$$

$$t_2 = \frac{S}{3v}$$

Для Бориса:

$$l_1 = \frac{a_1 t^2}{2}, \quad l_2 = vt, \quad l_3 = vt - \frac{a_1 t^2}{2} \Rightarrow vt - \frac{vt}{2} = \frac{vt}{2}$$

$$v = a_1 t \Rightarrow l_2 = \frac{vt}{2}$$

$$l_1 + l_2 + l_3 = S \Rightarrow \frac{vt}{2} + \frac{vt}{2} + vt = 2vt \Rightarrow t = \frac{S}{2v}$$

$$t_5 = 3t = \frac{3S}{2v}; \quad t_5 = t_A + t_B + t_3 = \frac{5S}{3v} + \frac{S}{3v} + \frac{S}{3v} = \frac{7S}{3v}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№1, продолжение) $t_B = \frac{3S}{2v}$, $t_A = \frac{5S}{3v}$

$\frac{3S}{2v} < \frac{5S}{3v} \Rightarrow t_B < t_A$, $\Delta t = t_A - t_B = \frac{5S}{3v} - \frac{3S}{2v} = \frac{S}{6v}$
 $9 < 10$

Ответ: Автоп придет раньше, $\Delta t = \frac{S}{6v}$

№5) Дано: $V = 5000 \text{ м}^3$, $p = 110 \cdot 10^3 \text{ Па}$, $t = 43^\circ \text{C} \Rightarrow T = 316 \text{ К}$, $\varphi_1 = 0,1$, $p_0 = 100 \cdot 10^3 \text{ Па}$,
 $\varphi_2 = 0,9$, $p_H = 9 \cdot 10^3 \text{ Па}$; Найти: m ?

Решение:

Пусть давление паров в первой области $\rightarrow p_1$, а в второй $\rightarrow p_2$

$\frac{p_1}{p_H} = \varphi_1$, $\frac{p_2}{p_H} = \varphi_2 \Rightarrow p_1 = \varphi_1 \cdot p_H$, $p_2 = \varphi_2 \cdot p_H$, из уравнения Клапейрона - Менделеева:

$pV = \nu RT \Rightarrow \nu_H = \frac{pV}{RT}$; Давление, создаваемое насыщенным паром

в начале $p = p_0 - p_1 = p_0 - p_H \varphi_1$

Пусть в первой области не действуют силы архимеда F_{A1} , а во второй

F_{A2} , тогда $m g = F_{A1} - F_{A2}$, где $F_{A2} = (p_2 + p_0) g V_2$, $F_{A1} = (p_1 + p_0) g V$

При переходе из области 1 в область 2 p_0 - давление воздуха, ρ_2 - плотность пара во 2-й области

Варианты есть еще изотермический: $pV = p'V'$ p_1 - давление пара в 3-й области

$p_2 = p - p_0$ $p' = p + p_0 + p_2 \Rightarrow p' = p + p_H \varphi_2 - p_H \varphi_1 \Rightarrow V_2 = \frac{pV}{p'} = \frac{pV}{p + p_H \varphi_2 - p_H \varphi_1}$

$p_1 = \frac{p_1 RT}{M_{H_2O}}$, $p_2 = \frac{p_2 RT}{M_{H_2O}}$, $p_0 = \frac{p_0 RT}{M_{Boz}}$ $\Rightarrow p_0 = \frac{p_0 M_{Boz}}{RT}$, $p_1 = \frac{p_H \varphi_1 M_{H_2O}}{RT}$
 $p_2 = \frac{p_H \varphi_2 M_{H_2O}}{RT}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№5, продолжение)

$$\Delta m g_2 = F_{A1} - F_{A2} \quad \Delta m = \frac{(\rho_1 + \rho_0) g V_1 - (\rho_2 + \rho_0) g V_2}{g}$$

$$= (\rho_1 + \rho_0) V_1 - (\rho_2 + \rho_0) V_2 = \left(\frac{\rho_{H_2} V_{H_2} M_{H_2}}{RT} + \frac{\rho_{O_2} V_{O_2} M_{O_2}}{RT} \right) \cdot V_1 - \left(\frac{\rho_{H_2} V_{H_2} M_{H_2}}{RT} + \frac{\rho_{O_2} V_{O_2} M_{O_2}}{RT} \right) \cdot V_2$$

$$\frac{pV}{p + p_0} = p_0 V_2 - p_0 V_1$$

По известным данным: $M_{H_2} = 2 \frac{г}{моль}$, $M_{O_2} = 32 \frac{г}{моль}$

результат:

$$\Delta m = \left(\frac{3000 \cdot 0,1 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 316} + \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 316} \right) \cdot 5 \cdot 10^{-3} - \left(\frac{3000 \cdot 0,9 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 316} + \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 316} \right) \cdot 5 \cdot 10^{-3}$$

$$= \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 110 \cdot 10^3}{110 + 9 \cdot 0,5 - 9 \cdot 0,1} \cdot 10^3 \approx 79 \text{ м.}$$

Ответ: $\Delta m \approx 79 \text{ м}$

14/0