

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
21	14.03	Хлысевич	
Шифр			043165

N 1

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \\ 7 \ 1 - 6 \ 7 \ 7 - 2 \ 1 \ 5 \end{array}$$

А. Хлысевич

т.к. $x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy$ то:

$$1) x^2 + 2xy + y^2 = \frac{16}{3}xy$$

$$(x+y)^2 = \frac{16}{3}xy$$

$$2) x^2 - 2xy + y^2 = \frac{4}{3}xy$$

$$(x-y)^2 = \frac{4}{3}xy$$

т.к. в обоих равенствах обе части положительны то поделим левые части и правые части: $\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} = \frac{\frac{16}{3}xy}{\frac{4}{3}xy} = 4$

Получаем: $\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2 = 2^2$

$\frac{x+y}{x-y} = 2$; т.к. $x > y$ и $x, y > 0$, то $\frac{x+y}{x-y} = 2$

Ответ: 2;

75

N 3

$$a_n = 1 + \frac{2}{n} + \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4} = \frac{1}{n^4} (n^4 + 2n^3 + 2n - 1) = \frac{1}{n^4} ((n^4 + 1) + 2n(n^2 - 1)) = \frac{1}{n^4} ((n-1)(n+1)(n^2+1) + 2n(n-1)(n+1)) =$$

$$= \frac{1}{n^4} (n+1)(n-1)(n^2+1+2n) = \frac{1}{n^4} (n-1)(n+1)^3 = \frac{(n+1)^3 \cdot (n-1)}{n^4}$$

$$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{99} = \frac{(3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 100)^3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 98}{(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 99)^4} = \frac{(3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 98)^4 \cdot 2 \cdot 100^3 \cdot 99^3}{(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 99)^4} =$$

$$= \frac{2 \cdot 99^3 \cdot 100^3}{2^4 \cdot 99^4} = \frac{100^3}{2^3 \cdot 99} = \frac{50^3}{99}$$

Ответ: $\frac{50^3}{99}$

75

N 4

$$x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 2x_1^2 x_2^2;$$

По т. из теоремы Виета: $x_1 + x_2 = -p$; $x_1 x_2 = -\frac{1}{2p^2}$; Подставляем получаем:

$$\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 - \frac{1}{2p^4} = p^4 + 2 + \frac{1}{p^4} - \frac{1}{2p^4} = 2 + p^4 + \frac{1}{2p^4};$$

Р.к. рассмотрим $p^4 + \frac{1}{2p^4}$ т.к. $p \neq 0$ то $p^4 > 0$ и $\frac{1}{2p^4} > 0$, а значит из нер-ва

о средних $p^4 + \frac{1}{2p^4} \geq 2\sqrt{p^4 \cdot \frac{1}{2p^4}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$; а значит и $2 + p^4 + \frac{1}{2p^4} \geq 2 + \sqrt{2}$;

а значит $x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \sqrt{2}$ ч.т.д.

75