

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
155	12.03.25	Лугин Н.В.	Л
Шифр			025-2-11-99

№1.

$$(4+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

$$x = 4+a-b; y = 2+b-c; z = 9+c-a$$

$$x+y+z = 4+a-b+2+b-c+9+c-a = 18$$

$$x^2+y^2+z^2 \geq \frac{(x+y+z)^2}{3} = \frac{18^2}{3} = 3 \cdot 4 = 108$$

Ответ: минимальное значение
является 108

45

№2.

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

по теореме Безу.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

$$P(x) = Q(x) \cdot S(x) + S_1(x)$$

$S_1(x)$ - остаток от деления многочлена.

$$S_1(x) < 3.$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 11x^2 + 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1.$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = -4$$

$$+ x_2x_3x_4 = 0$$

$$x_1x_2x_3x_4 = 1.$$

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = (x_1^6 + x_2^6 + x_3^6 + x_4^6) + (x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 + x_4^5) - 4(x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4) + (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 4 \cdot 506.$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 2024$$

Ответ: $P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 2024.$

48

№3.

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{x^2+1}x - 4}{18} = 0.$$

$$\cos [-1, 1] \Rightarrow -1 \leq \cos \frac{x^2 + \sqrt{x^2+1}x - 4}{18} \leq 1.$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} - 10 \leq 0.$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 12 \geq 0.$$

ОДЗ:

$$x^2 + 1 \geq 0$$

$$x \in \mathbb{R}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			025-2-11-99

заменим: $\sqrt{x^2+1} = m$

$x^2 = m^2 - 1$; $m^2 - 1 - 6m + 10 \leq 0$; $m^2 - 6m + 11 \geq 0$; $D < 0 \Rightarrow \emptyset$

$m^2 - 6m + 9 \leq 0$; $(m-3)^2 \leq 0$; $m=3$.

Обратная замена: $x^2+1=9$; $x^2=8 \Rightarrow x=\pm 2\sqrt{2}$.

Ответ: $x_1=2\sqrt{2}$, $x_2=-2\sqrt{2}$.

48 постор. корень

4.

$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 x_2 \dots x_n$

$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$

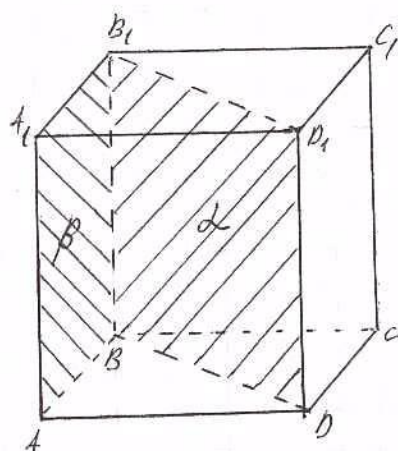
Неравенство между средним арифметическим и средним геом.

$\frac{(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1)}{n} \geq \sqrt[n]{(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1)}$

x_n - положительные $\Rightarrow (x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$

таким образом неравенство верно.

5.



Дано:

$ABCD, A_1B_1C_1D_1$ - куб

α и β - плоскости

$\alpha \perp A_1C_1$; $\beta \parallel CD_1$

Найти:

$\min \angle$ между α и β

Решение:

т.к. $\alpha \perp A_1C_1$, то α является плоск. симметрии точками B, B_1, D, D_1 .

$\beta \parallel CD_1 \Rightarrow \beta \parallel DD_1C_1C$.

$\angle$ между α и β является

$\angle ABD$. т.к. $ABCD$ квадрат то

$\angle ABC = 90^\circ$, а BD диагональ $\Rightarrow \angle ABD = 45^\circ$

Ответ: $\angle ABD = 45^\circ$