Место для скобы

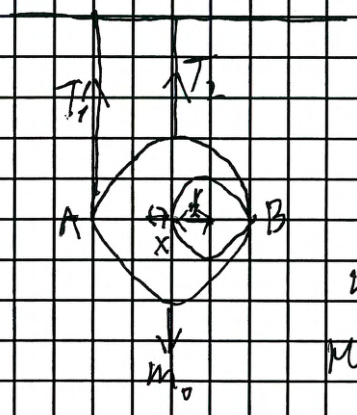
Шифр 529-10-18

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
85			

Задача 1.

$m = \pi r^2 \rho$ ρ – ~~линейная~~ поверхностная плотность листа

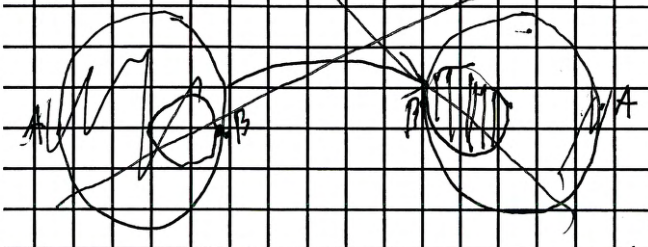


$m_0 = m - m_1 = \pi r^2 \rho - \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 \rho = \rho\pi\left(\frac{3}{4}r^2\right) = \frac{3}{4}m \Rightarrow m_1 = \frac{m}{4}$ m_1 – масса вырезанного диска

т.к. фигура симметрична относительно AB её центр масс лежит на AB, тоесть на линии центров этих дисков

~~тогда по моменту относительно центра масс~~

~~заметим что что мы вырезали слева диск радиусом $\frac{r}{2}$ изменим положение центра масс также как если мы положим такой же диск справа~~



т.к. центр масс диска лежит в его центре, а центр масс 2 фигур лежит на линии соединяющей их центры масс и делит его в отношении равном обратному отношению масс $\Rightarrow$ ~~$x \cdot m_1 = \frac{r}{2} m_0 \Rightarrow x$~~

$x \cdot m_0 = \frac{3}{4} x m_0 = \frac{r}{2} \cdot m_0 = \frac{r m_0}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{6} r$

20

Место для скобы

Шифр 52Ф-10-18

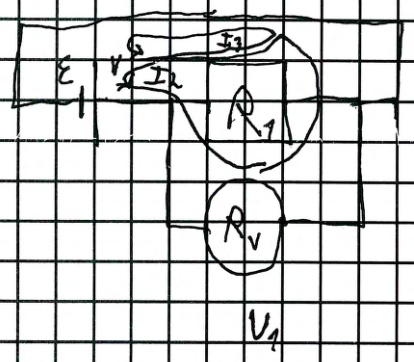
пр-ло моментов относительно одного конца

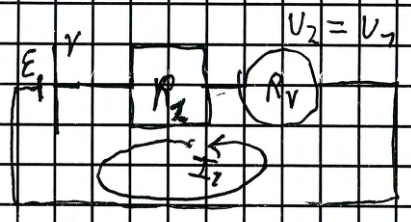
$T_1(V-x) = T_2 x \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{x}{V-x} = \frac{\frac{1}{6}V}{V-\frac{1}{6}V} = \frac{1}{5} \Rightarrow T_2 = 5T_1$

условие равновесия:

$T_2 + T_1 = m_{об} = \frac{3}{4}mg = 6T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{1}{8}mg \Rightarrow T_2 = \frac{5}{8}mg$

Задача 2





$\varepsilon = r(I_2+I_3) + I_2R_v$

$\varepsilon = r(I_2+I_3) + I_3R_1$

$\varepsilon = rI_3 + R_2I_3 + R_vI_3$

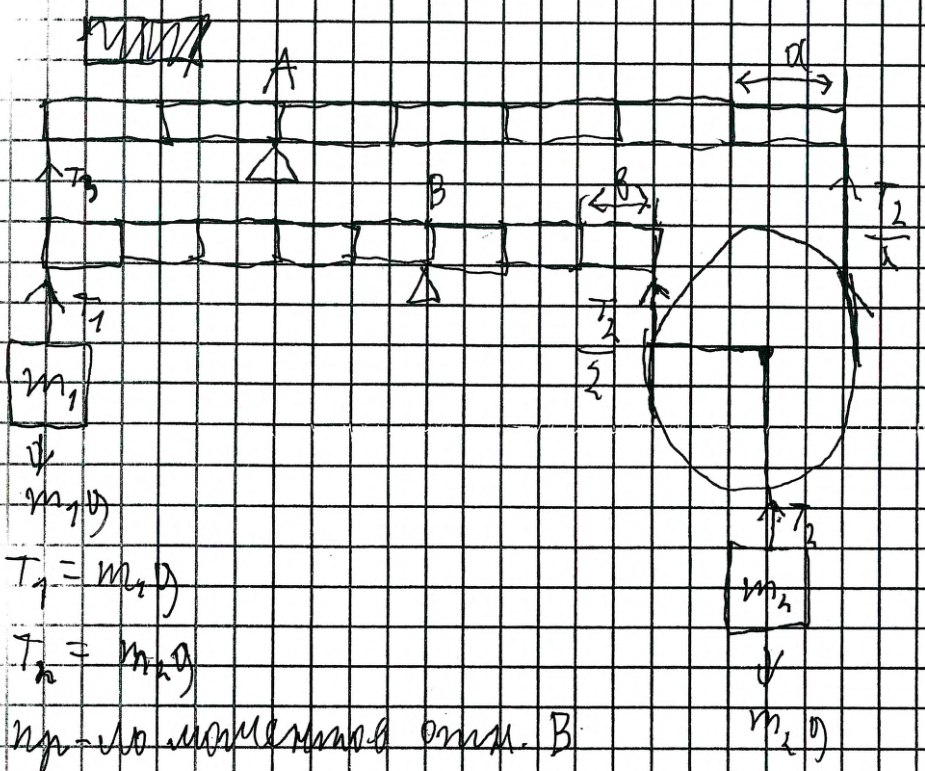
20

$U_1 = U_2 \Rightarrow R_vI_2 = R_vI_3 \Rightarrow I_3 = I_2$

$I_2R_v - I_3R_1 = 0 \Rightarrow I_3 = I_2\frac{R_v}{R_1}$

$\varepsilon - \varepsilon = r(I_2+I_3) + I_2R_v - rI_3 - R_2I_3 - R_vI_3 = rI_3 - I_3R_2 = rI_2\frac{R_v}{R_1} - I_2R_2 = 0 \Rightarrow rI_2\frac{R_v}{R_1} = I_2R_2 \Rightarrow r = \frac{R_2R_1}{R_v} = \frac{1\cdot10^3\cdot2\cdot10^3}{1\cdot10^6} = 2$ ом

Задача 4



$T_1 = m_1 g$

$T_2 = m_2 g$

20

пр-ло моментов отн. B

$3b\frac{T_2}{2} = 5b T_1 - 5b T_3 \Rightarrow \frac{3}{2}T_2 = 5T_1 - 5T_3 \Rightarrow T_1 = \frac{\frac{3}{2}T_2 + 5T_3}{5}$

пр-ло моментов отн точки A

$2a T_3 = 5a\frac{T_2}{2} \Rightarrow 2T_3 = \frac{5}{2}T_2 \Rightarrow T_3 = \frac{5}{4}T_2$

$T_1 = \frac{3}{10}T_2 + T_3 = \frac{3}{10}T_2 + \frac{5}{4}T_2 = 1{,}55\,T_2$

Задача 3.

$Vt\cos\alpha = L \Rightarrow V = \frac{L}{t\cos\alpha}$

$V t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} = H = L\,tg(\alpha) - \frac{gt^2}{2} = H \Rightarrow tg\,\alpha = \frac{\frac{gt^2}{2} + H}{L}$

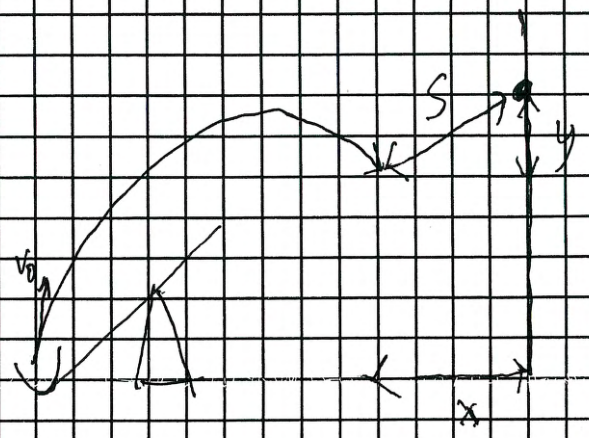
$\Rightarrow \alpha = arctg\left(\frac{\frac{gt^2}{2} + H}{L}\right) \Rightarrow V = \frac{L}{t\cos\alpha} = \frac{L}{t\cdot\cos\left(arctg\left(\frac{\frac{gt^2}{2}+H}{L}\right)\right)} =$

$= \frac{3}{1{,}2\cdot\cos\left(arctg\left(\frac{\frac{10\cdot 1{,}2^2}{2}+4}{3}\right)\right)} = 9{,}66\ м/с$

Место для скобы

Шифр 52Ф-10-18

$v_0 < v$



$\sqrt{x^2+y^2} = S$

$x = -v_0 t \cos\alpha + L$

$y = H - v_0 t \cdot \sin\alpha + \frac{gt^2}{2}$

$\sqrt{x^2+y^2}$ – min $\Rightarrow x^2+y^2$ – min

$x^2+y^2 = v_0^2 t^2 \cos^2\alpha + L^2 - 2 v_0 t L \cos\alpha + H^2 - \frac{gt^4}{4} + v_0^2 t^2 \sin^2\alpha - 2H v_0 t \sin\alpha + Hgt^2 -$

$- 2H v_0 t \sin\alpha + Hgt^2 - v_0 t^3 g \sin\alpha = \cos^2(\alpha) v_0^2 t^2 - \cos(\alpha) \cdot 2L v_0 t + \sin^2(\alpha) v_0^2 t^2 -$

$- \sin(\alpha)(2H v_0 t + v_0 t^3 g) + L^2 + H^2 + \frac{g^2 t^4}{4} + Hgt^2$ минимально

$\Rightarrow \cos^2(\alpha) v_0^2 t^2 + \sin^2(\alpha) v_0^2 t^2 - \cos\alpha \cdot 2L v_0 t - \sin\alpha \cdot (2H v_0 t + v_0 t^3 g)$ – мини-

мально $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha \Rightarrow \cos^2\alpha\, v_0^2 t^2 + \sin^2\alpha\, v_0^2 t^2 = v_0^2 t^2$

$\Rightarrow -\cos\alpha \cdot 2L v_0 t - \sin\alpha (2H v_0 t + v_0 t^3 g)$ – минимально

$\Rightarrow (\cos\alpha \cdot 2L v_0 t + \sin(2H v_0 t + v_0 t^3 g))' = \cos\alpha (2H v_0 t + v_0 t^3 g) - \sin\alpha \cdot 2L v_0 t =$

$(\cos\alpha)' = -\sin\alpha \qquad (\sin\alpha)' = \cos\alpha$

$= 0 \Rightarrow (2H v_0 t + v_0 t^3 g) \cdot \cos\alpha = 2L v_0 t \cdot \sin\alpha \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{2H v_0 t + v_0 t^3 g}{2L v_0 t}$

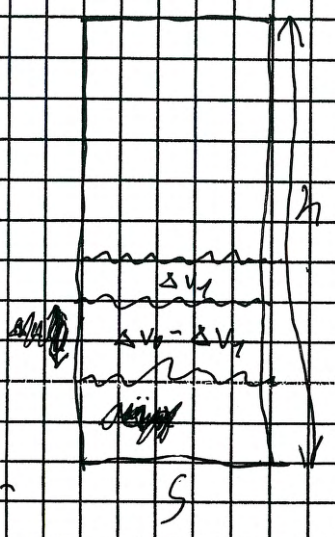
$\Rightarrow \alpha = \operatorname{atg}\left(\frac{2H v_0 t + v_0 t^3 g}{2L v_0 t}\right) = \operatorname{atg}\left(\frac{2Ht + t^3 g}{2Lt}\right) = \operatorname{atg}\left(\frac{2 \cdot 4 \cdot 1{,}2 + 1{,}2^3 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 1{,}2}\right) = 25^\circ$

$m_0 = ?$ Задача 5.

$V = hS = 20 \cdot 2S = 500\ см^3$

$m_1 t_1 c_1 = m_0 t_2 c_в \Rightarrow m_0 = \frac{m_1 t_1 c_1}{t_2 c_в}$

$V_0 = V - \frac{m}{\rho_1} - \frac{m_0}{\rho_в}$



после того как мы добавили объём воды $\frac{m_0}{\rho_в}$ лёд начал

5

тая до 0°C но не полностью растаял, теперь при добавлении воды объёмом ΔV_0 лёд будет плавиться и поэтому к общему объёму добавится $\Delta V_0 - \Delta V_1$

$\Delta V_0 \rho_в c_в t_2 = \Delta V_1 \rho_1 \lambda \Rightarrow \Delta V_1 = \frac{\Delta V_0 \rho_в c_в t_2}{\rho_1 \lambda} \Rightarrow \Delta V_0 - \Delta V_1 = \Delta V_0 \left(1 - \frac{\rho_в c_в t_2}{\rho_1 \lambda}\right)$

$\Rightarrow$ максимальный объём воды который мы можем долить в сосуд равен $V_0 \cdot \frac{\Delta V_0}{\Delta V_0 - \Delta V_1} + \frac{m_0}{\rho_в} \Rightarrow m_в = V_0 \cdot \frac{\Delta V_0}{\Delta V_0 - \Delta V_1} \cdot \rho_в + m_0 =$

$= \left(hS - \frac{m}{\rho_1} - \frac{m_1 t_1 c_1}{\rho_в t_2 c_в}\right) \cdot \left(1 - \frac{\rho_в c_в t_2}{\rho_1 \lambda}\right)^{-1} \cdot \rho_в + \frac{m_1 t_1 c_1}{t_2 c_в} = \left(25 \cdot 20 - \frac{150}{0{,}9} - \frac{150 \cdot 5 \cdot 2100}{1 \cdot 15 \cdot 4200}\right) \cdot$

$\cdot \left(1 - \frac{1 \cdot 4200 \cdot 15}{0{,}9 \cdot 330000}\right)^{-1} \cdot 1 + \frac{150 \cdot 5 \cdot 2100}{15 \cdot 4200} = 4162$