

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
505		Червильская Н.С. Жер	
Шифр			520684

21

дано: S, v
найти: $\Delta t = ?$

Решение:

t_A, t_B

1) первым к финишу придет Борис, потому что он пройдет большее расстояние (из той же точки) с большей скоростью.

$$2) S_{срА} = \frac{S}{t_A} = \frac{S}{2t_{1A} + t_{2A}}$$

$$\begin{cases} S = S_0 + a_a t_1 = 0 + a_a t_1 \Rightarrow t_{1A} = S/a_a \\ \frac{S}{3} = \frac{v^2 - 0}{2a_a} \Rightarrow a_a = \frac{3}{2} \frac{v^2}{S} \end{cases} \Rightarrow t_{1A} = \frac{S \cdot 2S}{3v^2} = \frac{2}{3} \frac{S}{v}$$

$$t_{2A} = \frac{S}{3v}$$

$$S_{срА} = \frac{S}{\frac{4}{3} \frac{S}{v} + \frac{S}{3v}} = \frac{S \cdot 3v}{5S} = \frac{3}{5} v // = \frac{9}{15} v$$

$$3) S_{срБ} = \frac{S}{3t_{2B}} = \frac{S \cdot 2v}{3S} = \frac{2}{3} v // = \frac{10}{15} v$$

$$S = 0 + a_B t_{1B} \Rightarrow t_{1B} = \frac{S}{a_B}$$

$$\begin{cases} S_1 = \frac{v^2}{2a_B} = \frac{a_B t_1^2}{2} \\ S_2 = t_2 \cdot v = t_1 \cdot v \end{cases} \Rightarrow S = a_B \cdot t_1^2 + t_1 \cdot v \Rightarrow a_B = \frac{S - t_1 \cdot v}{t_1^2}$$

$$S_2 + 2S_1 = S$$

$$t_{1B} = \frac{S - t_{1B} \cdot v}{S - t_{1B} \cdot v}$$

$$\frac{S t_{1B} - t_{1B}^2 v}{S - t_{1B} v} = \frac{t_{1B}^2 v}{S - t_{1B} v} \Rightarrow S t_{1B} = 2 t_{1B}^2 v \Rightarrow t_{1B} = \frac{S}{2v} = t_{2B}$$

$$4) \Delta t = \frac{S}{S_{срА}} - \frac{S}{S_{срБ}} = \frac{5S}{3v} - \frac{3S}{2v} = \frac{10S - 9S}{6v} = \frac{S}{6v}$$

ответ: $\Delta t = \frac{S}{6v}$

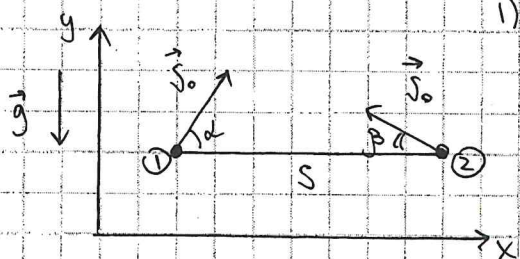
105

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 020084

Дано: S

Найти: $r_{\min} = ?$



2

Решение:

$$1) \begin{cases} y_1 = 0 + v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \\ x_1 = 0 + v_0 \cos \alpha t \end{cases} \quad \begin{cases} y_2 = 0 + v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} \\ x_2 = S - v_0 \cos \beta t \end{cases}$$

$$2) r^2 = (y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 =$$

$$= \left(v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} - v_0 \sin \beta t + \frac{gt^2}{2} \right)^2 +$$

$$+ \left(S - v_0 \cos \beta t - v_0 \cos \alpha t \right)^2 = \left(v_0 t (\sin \alpha - \sin \beta) \right)^2 + \left(S - v_0 t (\cos \beta + \cos \alpha) \right)^2 =$$

$$= v_0^2 \cdot t^2 (\sin \alpha - \sin \beta)^2 + S^2 + v_0^2 \cdot t^2 (\cos \beta + \cos \alpha)^2 - 2 v_0 \cdot t (\cos \beta + \cos \alpha) \cdot S =$$

$$= t^2 \cdot v_0^2 \cdot ((\sin \alpha - \sin \beta)^2 + (\cos \beta + \cos \alpha)^2) - t \cdot 2 v_0 (\cos \beta + \cos \alpha) S + S^2$$

$$3) r > 0 \text{ (расстояние)} \Rightarrow \begin{matrix} r - \text{возрастающая ф-я} \\ r^2 - \text{возрастающая ф-я} \end{matrix} \Rightarrow r^2_{\min} \text{ соответствует } r_{\min}$$

$$4) (r^2)' = t \cdot 2 v_0^2 ((\sin \alpha - \sin \beta)^2 + (\cos \beta + \cos \alpha)^2) - 2 \cdot v_0 S (\cos \beta + \cos \alpha) = 0$$

$$t_{\min} = \frac{2 v_0 (\cos \beta + \cos \alpha) \cdot S}{2 v_0^2 \cdot ((\sin \alpha - \sin \beta)^2 + (\cos \beta + \cos \alpha)^2)} = \frac{S (\cos \beta + \cos \alpha)}{2 v_0 (1 - \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta)}$$

5) подставим $t_{\min}$ в $r^2_{\min}$

$$r^2_{\min} = \frac{S^2 (\cos \beta + \cos \alpha)^2}{2 v_0^2 \cdot (1 - \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta)} \cdot \cancel{v_0^2} \cdot \left(2 \cos \alpha \cdot \cos \beta - 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta \right) - 2 v_0 (\cos \beta + \cos \alpha) \cdot S \cdot$$

$$\cdot \frac{S (\cos \beta + \cos \alpha)}{2 v_0 (1 - \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta)} + S^2 = \frac{S^2 \cdot (\cos \beta + \cos \alpha)^2}{2 (1 - \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta)} - \frac{S^2 (\cos \beta + \cos \alpha)^2}{(1 - \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta)} + S^2$$

$$6) r_{\min} = \sqrt{r^2_{\min}} = S \sqrt{\frac{(\cos \beta + \cos \alpha)^2 - 2 (\cos \beta + \cos \alpha)^2 + 2 (1 - \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta)}{2 (1 - \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta)}} =$$

$$= \frac{S}{\sqrt{1 + \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{(\sin \alpha - \sin \beta)^2}}} \quad \text{ответ: } r_{\min} = \frac{S}{\sqrt{1 + \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{(\sin \alpha - \sin \beta)^2}}}$$

125

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

23

дано: график
найти: $\eta = ?$

Решение:

$$1) \eta = \frac{Q_H - |Q_X|}{Q_H} \cdot 100\%, \text{ где}$$

$$Q_H = Q_{12} + Q_{23} = \frac{3}{2} \nu R (6T - 2T) + \frac{9}{2} p (V_3 - 3V_2) > 0$$

$$Q_X = Q_{34} + Q_{41} = \frac{3}{2} \nu R (2T - 6T) + \frac{3}{2} p (3V_2 - V_3) < 0$$

$$\cdot Q_{12} = \Delta U_{12} (V = \text{const}, A = 0) = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (6T - 2T)$$

$$\cdot Q_{23} = A_{23} = Q_3 - Q_2 = \frac{3}{2} p_3 V_3 - \frac{3}{2} p_2 V_2 = \frac{3}{2} 3p \cdot V_3 - \frac{3}{2} \cdot 9p \cdot V_2 = \frac{9}{2} p (V_3 - 3V_2)$$

$$\cdot Q_{34} = \Delta U_{34} (A = 0) = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (2T - 6T)$$

$$\cdot Q_{41} = A_{41} = Q_1 - Q_4 = \frac{3}{2} p_1 V_1 - \frac{3}{2} p_4 V_4 = \frac{3}{2} 3p \cdot V_1 - \frac{3}{2} p (V_4) = \frac{3}{2} p (3V_1 - V_4) = \frac{3}{2} p (3V_2 - V_3)$$

$$2) \eta = \frac{\frac{3}{2} \nu R \cdot 4T + \frac{9}{2} p (V_3 - 3V_2) - \frac{3}{2} \nu R \cdot 4T - \frac{3}{2} p (V_3 - 3V_2)}{\frac{3}{2} \nu R \cdot 4T + \frac{9}{2} p (V_3 - 3V_2)} = \frac{3p (V_3 - 3V_2)}{3(2\nu R T + \frac{3}{2} p (V_3 - 3V_2))} =$$

$$= \frac{p (V_3 - 3V_2)}{2pV + \frac{3}{2} p (V_3 - 3V_2)} = \frac{V_3 - 3V_2}{2V + \frac{3}{2} (V_3 - 3V_2)}$$

$$3) V_2 = \frac{9}{6} \frac{p}{T} = \frac{3}{2} V \quad V_3 = \frac{3}{6} \frac{p}{T} = \frac{1}{3} V \quad \Rightarrow \eta = \frac{+V_3 - \frac{9}{2} V}{2V + \frac{3}{2} (V_3 - \frac{9}{2} V)} = \frac{(-25) \cdot 4}{6 \cdot (-17)} \approx 0,98 = 98\%$$

ответ: $\eta = 98\%$

25

дано: $V = 5000 \text{ м}^3$

$p = 110 \text{ кПа}$ $p_0 = 100 \text{ кПа}$

$T_{003} = 43^\circ\text{C} = 316^\circ\text{K}$

$\varphi_1 = 10\%$ $\varphi_2 = 90\%$

$T_{H2} = T_{003}$

$p_{Hn} (T = 316\text{K}) = 9 \text{ кПа}$

найти: $m_0 = ?$

Решение:

$$1) p_{\text{внтр. вара}} = \frac{\nu R T}{V_0} = \frac{m_{H2} \cdot R \cdot T}{m_{H2} \cdot V_0} = \frac{p_{H2} \cdot V_{H2} \cdot R \cdot T}{m_{H2} \cdot V_0} \rightarrow \text{const} \Rightarrow$$

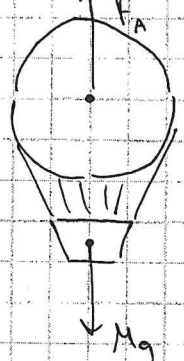
$$\Rightarrow V_{\text{вара}} = \text{const}$$

$$2) p_{003} = \frac{m_{Hn} + m_{св}}{V_{003}} = \frac{p_{Hn} \cdot V_{Hn} + p_{св} \cdot V_{св}}{V_{003}} = p_{Hn} + p_{св}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$3) \begin{cases} p = \frac{pRT}{M} \Rightarrow p = \frac{pM}{RT} \\ \frac{p_{св}}{p_{нп}} = q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_{св} = \frac{p_{св} \cdot M_0}{RT} \Rightarrow p_{св1} = \frac{p_{нп} \cdot q_1 \cdot M_0}{RT} \\ p_{нп} = \frac{p_{нп} \cdot M_{пара}}{RT} \end{cases} \begin{cases} p_{св2} = \frac{p_{нп} \cdot q_2 \cdot M_0}{RT} \\ p_{нп} = \frac{p_{нп} \cdot M_{пара}}{RT} \end{cases}$$

4) по 3.Н. : $Mg = F_{A1}$. т.к. $V_{пара} = const \Rightarrow Mg$ не меняется $\Rightarrow$
 $\Rightarrow F_{A2} < F_{A1} \Rightarrow$ чтобы прекратить сжатие можно снова
 приравнять F_A и $Mg \Rightarrow F_{A2} = Mg - m_0g \mid \Rightarrow m_0g = F_{A1} - F_{A2}$
 $Mg = F_{A1}$



$$5) F_{A1} - F_{A2} = p_{св1} \cdot g \cdot V_{пара} - p_{св2} \cdot g \cdot V_{пара} = gV_{пара} \cdot (p_{св1} - p_{св2}) =$$

$$= g \cdot V_{н} (p_{нп} + p_{св1} - p_{нп} - p_{св2}) = g \cdot V_{н} (p_{св1} - p_{св2}) =$$

$$= g \cdot V_{н} \cdot \left(\frac{p_{нп} \cdot M_0}{RT} \right) (q_1 - q_2)$$

$$6) m_0g = F_{A1} - F_{A2} = gV_{н} \cdot \frac{p_{нп} \cdot M_0}{RT} (q_2 - q_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_0 = V_{н} \cdot \frac{p_{нп} \cdot M_0}{RT} (q_2 - q_1) = 5000 \cdot \frac{9000 \cdot 0,032}{8,31 \cdot 316} \cdot (0,9 - 0,1) \approx 438,7 \text{ кг}$$

ответ: $m_0 \approx 438,7 \text{ кг}$

100