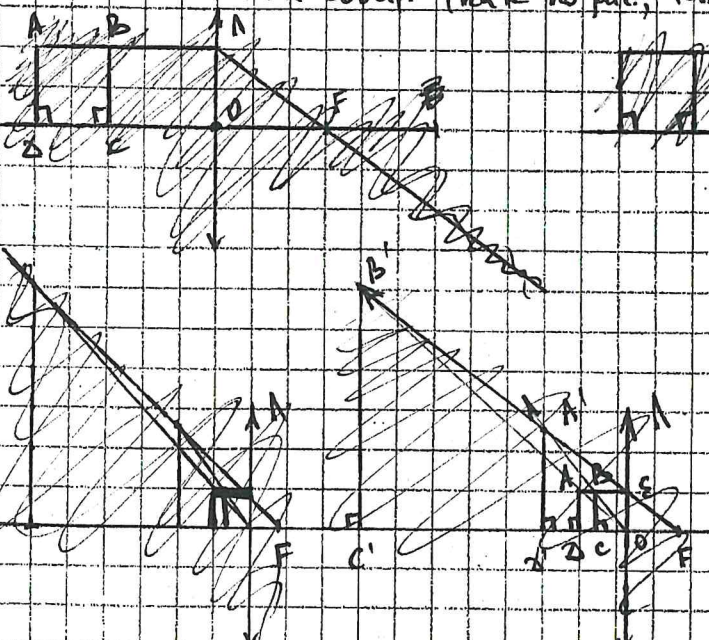


Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

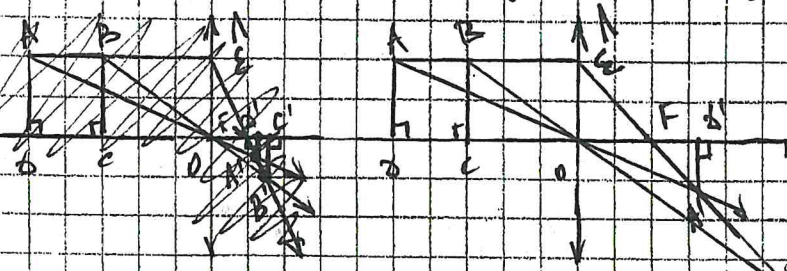
Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
700.		Червишская А.С.	<i>А.С.</i>

№1 Дано: ABCD - параллелограмм; $D'A' = \Gamma_1 \cdot DA$, $\Gamma_1 = 2,5$; $B'C' = \Gamma_2 \cdot BC$, $\Gamma_2 = 6$; S_0 ?
 Линза собир. (и.к. по фс., так и по $\Gamma_1 > 1$ и $\Gamma_2 > 1$)



$\Gamma_2 > \Gamma_1$, так Γ_2 удлинил
 Поскольку $\Gamma_1 > 1$ и $\Gamma_2 > 1$, то ~~изображение~~
~~получается~~ ~~увеличен~~. И изображение полностью
 действит.
 ABCD - параллелограмм $\Rightarrow AD = BC$ и
 $AD = BC = OE$, где O - ~~центр~~ ~~опт.~~ ~~центр~~ ~~опт.~~
 т.е. - точка пересечения лучей из т. А и т. В,
 перпен. к плоскости оптич. осн.
 т.е. F - ~~фокус~~ ~~фокус~~ ~~линзы~~.

Из свойств параллелии края лучей $\Delta OFE \sim \Delta D'FA' \sim \Delta C'FB'$ (1)



$\Delta OFE \sim \Delta D'FA' \sim \Delta C'FB'$ (1)
 $\Delta OOA \sim \Delta D'OA'$ (2)
 $\Delta OOB \sim \Delta C'OB'$ (3)

из (2): $D'O = \Gamma_1 \cdot OO$, т.к. $D'A' = \Gamma_1 \cdot DA$
 из (3): $C'O = \Gamma_2 \cdot CO$, т.к. $B'C' = \Gamma_2 \cdot BC$.

из (1): $FD' = \Gamma_1 \cdot OF$, т.к. $A'D' = \Gamma_1 \cdot AD$, $OE = AD$ $\Rightarrow D'O = OF + FD' = (\Gamma_1 + 1) \cdot OF$
 $FC' = \Gamma_2 \cdot OF$, т.к. $B'C' = \Gamma_2 \cdot BC$, $OE = BC$ $\Rightarrow C'O = OF + FC' = (\Gamma_2 + 1) \cdot OF$

$D'O = (\Gamma_1 + 1) \cdot OF = \Gamma_1 \cdot DO \Rightarrow DO = \frac{\Gamma_1 + 1}{\Gamma_1} \cdot OF$ $AD = BC = a \Rightarrow A'D' = \Gamma_1 a$
 $C'O = (\Gamma_2 + 1) \cdot OF = \Gamma_2 \cdot CO \Rightarrow CO = \frac{\Gamma_2 + 1}{\Gamma_2} \cdot OF$ $B'C' = \Gamma_2 a$

S_0 (на ~~фокус~~) = $a \cdot (DO - CO) = \left(\frac{\Gamma_1 + 1}{\Gamma_1} - \frac{\Gamma_2 + 1}{\Gamma_2} \right) a \cdot OF = \frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{\Gamma_1 \cdot \Gamma_2} a \cdot OF$

S' (на ~~изображ.~~) = $\frac{\Gamma_1 a + \Gamma_2 a}{2} \cdot (C'O - D'O) = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2} a \cdot ((\Gamma_2 + 1) - (\Gamma_1 + 1)) \cdot OF$

$S' = \frac{\Gamma_2^2 - \Gamma_1^2}{2} a \cdot OF$ ~~След.~~ $\frac{S'}{S_0} = \frac{\Gamma_2 + \Gamma_1}{2} \cdot \frac{(\Gamma_2 - \Gamma_1) \Gamma_1 \Gamma_2 a \cdot OF}{\frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{\Gamma_1 \cdot \Gamma_2} a \cdot OF}$

№13 Умк №12

$$t_1' \approx 50,75^{\circ}\text{C}$$

$$t_2' \approx 60,98^{\circ}\text{C}$$

Умк №14

$$t_1' \approx 51,47^{\circ}\text{C}$$

$$t_2' \approx 60,90^{\circ}\text{C}$$

Умк №15

$$t_1' \approx 52,07^{\circ}\text{C}$$

$$t_2' \approx 60,07^{\circ}\text{C}$$

Умк №16

$$t_1' \approx 52,60^{\circ}\text{C}$$

$$t_2' \approx 59,63^{\circ}\text{C}$$

Умк №17

$$t_1' \approx 53,07^{\circ}\text{C}$$

$$t_2' \approx 59,35^{\circ}\text{C}$$

Умк №18

$$t_1' \approx 53,49^{\circ}\text{C}$$

$$t_2' \approx 59,05^{\circ}\text{C}$$

Умк №19

$$t_1' \approx 53,86^{\circ}\text{C}$$

$$t_2' \approx 58,75^{\circ}\text{C}$$

Умк №20

$$t_1' \approx 54,13^{\circ}\text{C}$$

$$t_2' \approx 58,56^{\circ}\text{C}$$

$$58,56 - 54,13 = 4,37^{\circ}\text{C}$$

Рис: 24

~
185

№3 $t_{01} = 20 \frac{462}{7965} \text{ } ^\circ\text{C}$, $t_{02} = 82 \frac{131532}{186645} \text{ } ^\circ\text{C} = t_{0A}$

По аналогии: $t_1' \approx 24,25 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 79,86 \text{ } ^\circ\text{C}$

№4 $t_{01} \approx 24,25 \text{ } ^\circ\text{C}$, $t_{02} \approx 79,86 \text{ } ^\circ\text{C} = t_{0A}$

По аналогии: $t_1' \approx 27,96 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 77,22 \text{ } ^\circ\text{C}$

№5 $t_{01} \approx 27,96 \text{ } ^\circ\text{C}$, $t_{02} \approx 77,22 \text{ } ^\circ\text{C} = t_{0A}$

По аналогии: $t_1' \approx 31,24 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 74,88 \text{ } ^\circ\text{C}$

№6 По аналогии: $t_1' \approx 34,15 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 72,81 \text{ } ^\circ\text{C}$

№7 $t_1' \approx 36,73 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 70,98 \text{ } ^\circ\text{C}$

№8 $t_1' \approx 45,82 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 61,5 \text{ } ^\circ\text{C}$

№9 $t_1' \approx 39,01 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 69,35 \text{ } ^\circ\text{C}$

№9 $t_1' \approx 47,07 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 63,61 \text{ } ^\circ\text{C}$

№10 $t_1' \approx 41,03 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 67,91 \text{ } ^\circ\text{C}$

№10 $t_1' \approx 48,17 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 62,83 \text{ } ^\circ\text{C}$

№11 $t_1' \approx 42,82 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 66,63 \text{ } ^\circ\text{C}$

№11 $t_1' \approx 49,15 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 62,14 \text{ } ^\circ\text{C}$

№12 $t_1' \approx 44,41 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 65,50 \text{ } ^\circ\text{C}$

№12 $t_1' \approx 50,02 \text{ } ^\circ\text{C}$
 $t_2' \approx 61,54 \text{ } ^\circ\text{C}$

$M \equiv 3$ дано: $m_1 = 3 \text{ кг}$, $t_{01} = 10^\circ\text{C}$, $m_2 = 4 \text{ кг}$, $t_{02} = 90^\circ\text{C}$, $m_A = 1 \text{ кг}$, $t_{0A} = t_{0B} = 90^\circ\text{C}$
 $\Delta = 5^\circ\text{C}$; $c_B = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{C)}$, $c_A = 900 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{C)}$; $N?$

Дугим считать, что, при нагреве воды и, нагрев не $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$

Рассмотрим цикл: 1) При нагреве воды и из 2 & 1: условия темп у воды из 1 кг и воды и: $t_1' = t_A$, где $t_1' > t_{01}$ и $t_A < t_{0A}$

Примем $Q_1 = c_B m_1 (t_1' - t_{01})$ и $Q_1 = Q_{A1}$ из 3CЭ
 $Q_{A1} = c_A m_A (t_{0A} - t_A)$

Тогда $t_A = \frac{c_B m_1 t_{01} + c_A m_A t_{0A}}{c_B m_1 + c_A m_A} = t_1' \quad (1)$

2) При нагреве воды и из 1 кг. воды & 2 кг: условия темп у воды из 2 кг и воды и: $t_2'' = t_A$, где $t_2'' < t_{02}$ и $t_A > t_{0A}$

Примем $Q_2 = c_B m_2 (t_2'' - t_{02})$ и $Q_2 = Q_{A2}$ из 3CЭ
 $Q_{A2} = c_A m_A (t_A - t_{0A})$

Тогда $t_A'' = \frac{c_B m_2 t_{02} + c_A m_A t_{0A}}{c_B m_2 + c_A m_A} = t_2'' \quad (2)$

и $A = t_2'' - t_1'$

~~Другим считать~~ Предельный цикл браться:

~~№1:~~ $t_{01} = 10^\circ\text{C}$, $t_{02} = 90^\circ\text{C} = t_{0A}$

Тогда $t_A' = t_1' = \frac{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{C}} \cdot 3 \text{ кг} \cdot 10^\circ\text{C} + 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{C}} \cdot 1 \text{ кг} \cdot 90^\circ\text{C}}{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{C}} \cdot 3 \text{ кг} + 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{C}} \cdot 1 \text{ кг}} = \frac{15 \frac{1}{3}}{\frac{13}{3}}^\circ\text{C} = 15 \frac{1}{3}^\circ\text{C}$

$t_A'' = t_2'' = \frac{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{C}} \cdot 4 \text{ кг} \cdot 90^\circ\text{C} + 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{C}} \cdot 1 \text{ кг} \cdot 90^\circ\text{C}}{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{C}} \cdot 4 \text{ кг} + 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{C}} \cdot 1 \text{ кг}} = \frac{15 \frac{1}{3}}{\frac{17}{3}}^\circ\text{C} = 86 \frac{36}{177}^\circ\text{C}$

№2) $t_{01} = 15 \frac{1}{3}^\circ\text{C}$, $t_{02} = 86 \frac{36}{177}^\circ\text{C} = t_{0A}$

По условию: $t_1' = 20 \frac{462}{7965}^\circ\text{C}$

$t_2'' = 82 \frac{431592}{156645}^\circ\text{C}$

N=2 Случ. Если $a > 0$: $a^2 + 32a + 256 \geq 256 + 64a$

$$a^2 - 32a \geq 0 \quad a(a-32) \geq 0 \quad \begin{matrix} + & - & + \\ 0 & 32 & \end{matrix} \rightarrow a$$

Случ., если $a > 0$, то $a_{min} = 32$ мм/сек²

Если $a < 0$: $256 + 64a \geq a^2 + 32 + 256$

$$a^2 - 32a \leq 0 \quad a(a-32) \leq 0 \quad \begin{matrix} + & - & + \\ 0 & 32 & \end{matrix} \rightarrow a$$

Случ., если $a < 0$, то a_{min} не существует

В итоге $a_{min} = 32$ мм/сек²

Ответ: $a_{min} = 32, 0$ мм/сек² - 1,25

N=4 Дано: $z_1 = z_2$, $S_1 = S_2$, $k = \frac{1}{3} R$, R - радиус кольца

$\rho_1 = \rho_2$ (покольку одинаковые материалы)

~~R_{AB}~~ $\frac{R}{R_{AB}}$?

Поскольку два кольца насажены в одну точку и от них отходят

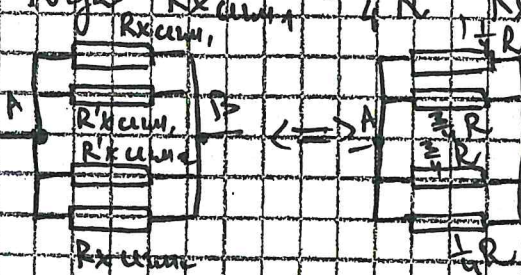
($z_1 \neq z_2$ (+) $S_1 = S_2$), то дуга AB является одинаковой дуги на кольцах.

~~R_{AB}~~ $R_{сум}$ (интервал) = $\frac{\rho l_{сум}}{S}$, $l_{сум}$ - длина сум

Тогда $R_{сум1} = \frac{\rho l_1}{S_1}$, $R_{сум2} = \frac{\rho l_2}{S_2}$, $R'_{сум1} = \frac{\rho_1 (l_1 - k_1)}{S_1}$

$R'_{сум2} = \frac{\rho_2 (l_2 - k_2)}{S_2}$, где $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, $l_1 = l_2 = l$, $k_1 = k_2 = k$, $S_1 = S_2 = S$, $R = \frac{\rho l}{S}$

Тогда $R_{сум1} = \frac{1}{4} R$, $R_{сум2} = \frac{1}{4} R$, $R'_{сум1} = \frac{3}{4} R$, $R'_{сум2} = \frac{3}{4} R$



По 3. нап. соед.: $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_{сум1}} + \frac{1}{R_{сум2}} + \frac{1}{R'_{сум1}} + \frac{1}{R'_{сум2}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{3}{4}R} + \frac{1}{\frac{3}{4}R}$

$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{32}{3R}$



$\frac{R}{R_{AB}} = \frac{32}{3}$

Ответ: $\frac{32}{3}$ - 1,00



N=1
$$\frac{S'}{30} = \frac{(v_2 + v_1) \cdot t_1 \cdot t_2}{2} = \frac{(2,5 + 6) \cdot 2,5 \cdot 6}{2} = 63,75$$

Ответ: 63,75

N=2 Дано: $v_1 = 8 \text{ км/ч}$; $v_2 = 10 \text{ км/ч}$; $\Delta \geq 1 \text{ км}$; $a_{\text{мин}}?$
 ⊕ первый ходит l_1 , а второй ходит $l_2 = l_1 - \Delta$.
 Из ус. $l_1 = 8 \text{ км}$, $l_2 = 10 \text{ км}$

Тогда
$$l_1 = v_1 \Delta t + \frac{a \Delta t^2}{2}$$

$$l_2 = v_2 \Delta t + \frac{a \Delta t^2}{2} = l_1 - \Delta \Leftrightarrow \Delta = l_1 - v_2 \Delta t - \frac{a \Delta t^2}{2} \quad (2)$$

$$\Delta \geq 1 \text{ км} \quad (3)$$

Если $a > 0$, то из (1):
$$\Delta t = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2al_1}}{a}$$
, т.к. $\Delta t > 0$

Если $a < 0$, то из (1):
$$\Delta t = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2al_1}}{a}$$
, т.к. $\sqrt{v_1^2 + 2al_1} < v_1$ и мы получим отрицательное время

След.
$$\Delta t = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2al_1}}{a} \quad (4)$$

Подставим (4) в (2):

$$\Delta = l_1 - v_2 \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2al_1}}{a} - \frac{a}{2} \left(\frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2al_1}}{a} \right)^2 =$$

$$= l_1 + \frac{v_1 v_2 - v_2 \sqrt{v_1^2 + 2al_1}}{a} + \frac{-v_1^2 - al_1 + v_1 \sqrt{v_1^2 + 2al_1}}{a} =$$

$$= l_2 - l_1 + \frac{v_1(v_2 - v_1) - (v_2 - v_1) \sqrt{v_1^2 + 2al_1}}{a} = l_2 - l_1 + \frac{(v_2 - v_1)(v_1 - \sqrt{v_1^2 + 2al_1})}{a}$$

Условие (3) переобразуем так:
$$10 - 8 + \frac{(10 - 8)(8 - \sqrt{8^2 + 2a \cdot 8})}{a} \geq 1$$

$$2 + \frac{2(8 - \sqrt{64 + 16a})}{a} \geq 1$$
 Если $a > 0$: $a \geq 2(\sqrt{64 + 16a} - 8)$

Если $a < 0$:
$$-a \geq 2(8 - \sqrt{64 + 16a})$$

След. ~~$a \geq 2(\sqrt{64 + 16a} - 8)$~~
 Если $a > 0$: $a + 16 \geq 2\sqrt{64 + 16a}$
 Если $a < 0$: $2\sqrt{64 + 16a} \geq a + 16$