

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
90			<i>Син</i>
Шифр			920745

~ 1

Имеем: $a_1 I, \sqrt{I}, -a_1 II$ 1) $\frac{S}{3} = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{3v^2}{2S}$
 $\frac{S}{3} = \frac{at_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2S}{3a}} = \frac{2S}{3v}$

2) $\frac{S}{3} = vt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{S}{3v}$
 3) $\frac{S}{3} = vt_3 - \frac{at_3^2}{2} = vt_3 - \frac{3v^2 t_3^2}{4S}$

$\frac{3v^2}{4S} t_3^2 - vt_3 + \frac{S}{3} = 0$

$D = v^2 - \frac{4 \cdot \frac{3v^2}{4S} \cdot \frac{S}{3}}{3} = 0$

$t_3 = \frac{v \pm 0}{\frac{3v^2}{4S}} = \frac{2S}{3v}$

$t_A = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{2S}{3v} + \frac{S}{3v} + \frac{2S}{3v} = \frac{5S}{3v}$

Имеем: $a_1 I, \sqrt{I}, -a_1 II$ 1) $v = a_1 \frac{t}{3} \Rightarrow a_1 = \frac{3v}{t}$
 $S_1 = \frac{a_1 t^2}{18} = \frac{3v t^2}{18t} = \frac{vt}{6}$

2) $S_2 = vt$

3) $S_3 = vt - a_1 \frac{t^2}{18} = \frac{vt}{3} - \frac{vt}{6} = \frac{vt}{6}$

$S_1 + S_2 + S_3 = S$

$\frac{vt}{6} + \frac{vt}{3} + \frac{vt}{6} = S = \frac{2vt}{3} \Rightarrow t_A = t = \frac{3S}{2v}$

$\Delta t = t_A - t_B = \frac{5S}{3v} - \frac{3S}{2v} = \frac{S}{6v}$

Ответ: Разность прибытий равна $\Delta t = \frac{S}{6v}$

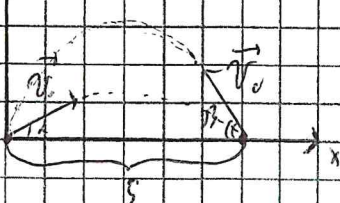
~ 2.

4*

Введем систему координат:

Расстояние между мячами в
любой момент времени:

$L = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$, где (x_i, y_i) - координаты



Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр **S20745**

найти 1 мячик, (x_2, y_2) - координаты 2 мячика

$$x_1(t) = v_0 t \cos \alpha$$

$$y_1(t) = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

$$x_2(t) = v_0 t \cos \beta$$

$$y_2(t) = v_0 t \sin \beta - \frac{gt^2}{2}$$

Пусть t_1 - время падения 1 мячика, t_2 - время:

$$\text{Ох: } g = v_0 t_1 \cos \alpha = v_0 t_2 \cos \beta \Rightarrow t_1 = \frac{g}{v_0 \cos \alpha}, t_2 = \frac{g}{v_0 \cos \beta}$$

$$\text{Оу: } 0 = v_0 t_1 \sin \alpha - \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$0 = v_0 t_2 \sin \beta - \frac{gt_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{2v_0 \sin \beta}{g}$$

$$\frac{g}{v_0 \cos \alpha} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow v_0^2 \sin 2\alpha = g^2$$

$$\frac{g}{v_0 \cos \beta} = \frac{2v_0 \sin \beta}{g} \Rightarrow v_0^2 \sin 2\beta = g^2 \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 2\beta = \frac{g^2}{v_0^2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 90^\circ - \beta; \sin \alpha = \cos \beta; \cos \alpha = \sin \beta$$

$$L(t) = \sqrt{(v_0 t \cos \alpha - g + v_0 t \cos \beta)^2 + (v_0 t \sin \alpha - v_0 t \sin \beta)^2} = \sqrt{2v_0^2 t^2 - 2gtv_0 t \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha) + g^2}$$

$$(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha = 1 + \frac{g^2}{v_0^2} \Rightarrow \cos \alpha + \sin \alpha = \frac{\sqrt{v_0^2 + g^2}}{v_0}$$

$$L(t) = \sqrt{2v_0^2 t^2 - 2gt \sqrt{v_0^2 + g^2} + g^2}$$

Значение координаты минимально при рождественском значении

$$\text{мин. - минимальным: } L_1(t) = 2v_0^2 t^2 - 2gt \sqrt{v_0^2 + g^2} + g^2$$

$$L_1'(t) = 4v_0^2 t - 2g \sqrt{v_0^2 + g^2} = 0$$

$$t_0 = \frac{g \sqrt{v_0^2 + g^2}}{2v_0^2} - \text{подставляем в } L(t):$$

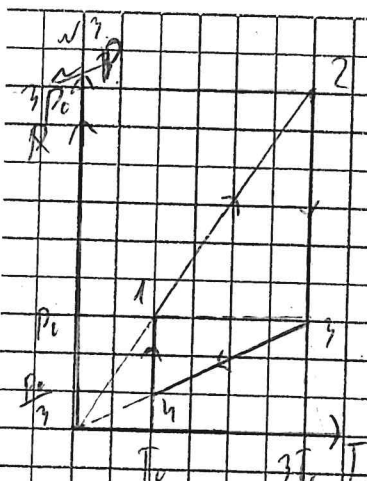
$$L(t_0) = L_{\min} = \sqrt{2v_0^2 \cdot \frac{g^2(v_0^2 + g^2)}{4v_0^4} - 2g \cdot \frac{g \sqrt{v_0^2 + g^2}}{2v_0^2} + g^2} = \sqrt{g^2 - \frac{g^2(v_0^2 + g^2)}{2v_0^2}} =$$

$$= g \sqrt{1 - \frac{v_0^2 + g^2}{2v_0^2}} = \frac{g}{v_0} \sqrt{\frac{v_0^2 - g^2}{2}}$$

$$\text{Ответ: } \frac{g}{v_0} \sqrt{\frac{v_0^2 - g^2}{2}}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр



Пусть в состоянии 1 газ имеет P_0 , температуру T_0 и объем V_0 .

$$1-2: \frac{P}{T} = \text{const} \Rightarrow V = \text{const}$$

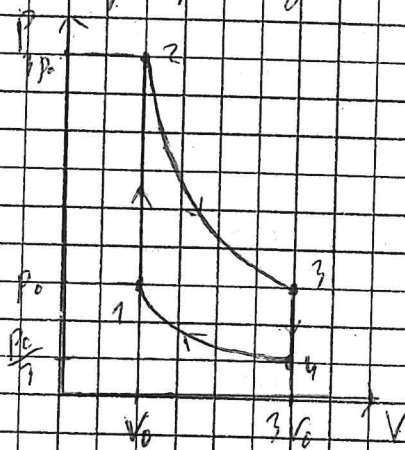
$$2-3: T = \text{const} \Rightarrow PV = \text{const}$$

$$3-4: \frac{P}{T} = \text{const} \Rightarrow V = \text{const}$$

$$4-1: T = \text{const} \Rightarrow PV = \text{const}$$

$$\text{Газ идеальный} \Rightarrow \frac{PV}{T} = \text{const}$$

Перенесем график в $P(V)$ координаты:



$$2-3: \frac{P_2}{P_3} = \frac{1}{3} = \frac{V_2}{V_3} \Rightarrow V_3 = 3V_2 = 3V_0$$

$$4-1: \frac{P_4}{P_1} = 3 = \frac{V_4}{V_1} \Rightarrow V_1 = \frac{V_3}{3} = V_0$$

$h = \frac{A}{Q}$, где A - работа газа, Q - тепло

Газ совершает работу в процессах

$$2-3 \text{ и } 4-1; A_{12} = A_{34} = 0, \text{ так как } dV = 0$$

$$A = A_{23} + A_{41} = (P_0 - 3P_0)(3V_0 - V_0) + (P_0 - \frac{P_0}{3})(V_0 - 3V_0) = -4P_0V_0 - \frac{8}{3}P_0V_0 = -\frac{16}{3}P_0V_0$$

Теплота Q газ получает в процессах 1-2,

2-3 и 4-1 (в процессе 3-4 тепло отбрасывает) $\Rightarrow$

$$Q = -Q_{12} + A_{12}^C + A_{23} + 0 + Q_{34} + A_{34}^C + A_{41} = -\frac{3}{2}VR(T_2 - T_1) + \frac{3}{2}VR(T_4 - T_3) + A = -3VRT_0 - 3VRT_0 - \frac{16}{3}P_0V_0$$

Уравнение Менделеева-Клапейрона $PV = \nu RT$

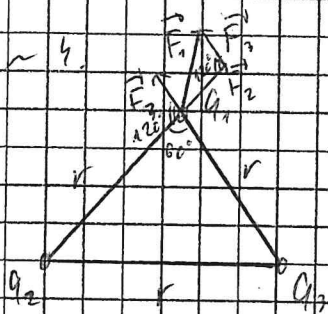
$$Q = -\frac{34}{3}P_0V_0$$

$$h = \frac{A}{Q} = \frac{16}{34} \approx 47\%$$

$$\text{Ответ: } 47\%$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр _____



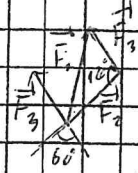
На шариках действует сила

Кусочка F_2 и F_3

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

(по т. косинусов)

из треугольника рисунка:



$$F_1 = \sqrt{F_2^2 + F_3^2 - 2 \cos 120^\circ F_2 F_3} = \sqrt{F_2^2 + F_3^2 + F_2 F_3}$$

$$\varphi_1 = k \frac{q_1}{r^2}; \varphi_2 = k \frac{q_2}{r^2}; \varphi_3 = k \frac{q_3}{r^2} \Rightarrow q_1 = \frac{\varphi_1 r^2}{k}$$

$$F_2 = k \frac{q_1 q_2}{r^2}; F_3 = k \frac{q_1 q_3}{r^2}$$

$$F_2 = \varphi_1 q_2 = \varphi_2 q_1 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$$

$$F_3 = \varphi_1 q_3 = \varphi_3 q_1 \Rightarrow \frac{q_1}{q_3} = \frac{\varphi_1}{\varphi_3}$$

$$F_1 = \sqrt{\varphi_2^2 q_1^2 + \varphi_3^2 q_1^2 + \varphi_2 \varphi_3 q_1^2} = q_1 \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \varphi_3} = \frac{\varphi_1 r^2}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \varphi_3}$$

где r - расстояние между шариками

Поскольку все три шарика заряжены положительно,

то они будут отталкиваться друг от друга.

Отсюда: $F_1 = \frac{\varphi_1 r^2}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \varphi_3}$, где r - расстояние между шариками.

~ 5.

$$V = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3, p = 110 \text{ кПа}, p_0 = 100 \text{ кПа}, t = 43^\circ \text{C},$$

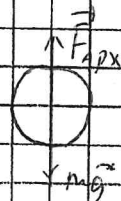
$$\varphi_1 = 10\%, \varphi_2 = 90\%, p_{\text{нас}}(43^\circ \text{C}) = 9 \text{ кПа}$$

П.ч. $p_{\text{нас}} \neq p_{\text{атм}} = p_0$, значит, вода в шарике

не испаряется и $V = \text{const}$. Распишем силы,

действующие на шар:

Сначала (при $\varphi_1 = 10\%$) $F_{\text{арх}} = mg$



Шифр