

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
13		Евсеева	Евс
Шифр			04800

~3
 $a_1 = 25, a_{2025} = 625$

d - разность прогрессии, тогда:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

для a_{2025} : $625 = 25 + (2025-1)d$

$$600 = 2024d$$

$$d = \frac{600}{2024} = \frac{75}{253} \quad +$$

Найдем a_2 и a_3 :

$$a_2 = 25 + d = 25 + \frac{75}{253} \quad +$$

$$a_3 = 25 + 2d = 25 + \frac{150}{253} \quad +$$

Возьмем сумму: *как?*

$$S = \frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_{2025}}}$$

$$S = \frac{2024}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_1}}$$

$$S = \frac{2024}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}} \quad \text{для } n \text{ от } 1 \text{ до } 2024$$

$$S = \frac{2024}{\sqrt{a_{2025}} + \sqrt{a_1}} \quad \text{как получить?}$$

$$S = \frac{2024}{\sqrt{625} + \sqrt{25}} = \frac{2024}{25 + 5} = \frac{2024}{30} = 101,2$$

Ответ: 101,2

~4 Пусть $P(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$, обозначим корни многочлена, как: x_1, x_2, x_3, x_4 S - искомого

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 50$$

Подставим x_i в $P(x)$:

$$P(x_i) = x_i^6 + x_i^5 - 4x_i^4 + x_i^2 - x_i + 50$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			040809

~4 Сумма корней $Q(x)$ равна коэф. $\frac{x^3}{x^4} = -1$ (по Th Виета).

Также сумму x_i^4 можно вычислить, так x_i корни $Q(x)$

$$S = P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = (x_1^6 + x_1^5 - 4x_1^4 + x_1^2 - x_1 + 50)$$

$$S = 4 \cdot 50 + (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) - 4(x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4)$$

Корни $Q(x)$ унимитруются и распадаются по своим -
ствам, получаем: $S = 200 - 4(-1) = 200 + 4 = 204$.

Ответ: 204

~5 Дано: $S_{MNKL} = 81$, $\angle LMK = 30^\circ$; Найти: $MN + MK$

1. Пусть MN и MK - длины отрезков, S - площадь фигур $MNKL = 81$

2. ~~Помогает~~ $S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \angle C$ - формула площади Δ , где
 $a = MN$, $b = MK$ и $\angle C = 30^\circ$

$$S_{MNL} = \frac{1}{2} MN \cdot ML \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} MN \cdot ML \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} MN \cdot ML$$

$$S_{MNKL} = S_{MNL} + S_{MKL}$$

$$S_{MNKL} = 81 = S_{MNL} + S_{MKL}$$

Если $S = 2 \cdot MN \cdot MK = 81 \Rightarrow MN + MK = \sqrt{MN \cdot MK} = \sqrt{81} = 9 \Rightarrow$
~~просто так не равен!~~

$$\Rightarrow MN + MK = 18$$

Ответ: 18

~1 $(10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$; E - исходное минимальное значение

1. Обозначим функции:

$$x_1 = 10 + a - b$$

$$y_1 = 2 + b - c$$

$$z_1 = 3 + c - a, \text{ тогда получим: } E = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2$$

2. Нужно, чтобы $x_1 \neq 0$, $y_1 \neq 0$, $z_1 \neq 0$, тогда получим
систему уравнений:

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

~1

$$\begin{aligned}
 1) \quad 10 + a - b &= 0 \Rightarrow a - b = -10 \Rightarrow a = b - 10 \\
 2) \quad 2 + b - c &= 0 \Rightarrow b - c = -2 \Rightarrow b = c - 2 \\
 3) \quad 3 + c - a &= 0 \Rightarrow c - a = -3 \Rightarrow c = a - 3
 \end{aligned}$$

Подставим значение b в a :

$$a = (c - 2) - 10 = c - 12$$

Подставим значение a в c :

$$c = (c - 12) - 3 = -15$$

Подставим значение c в b :

$$b = -15 - 2 = -17$$

Подставим значение b в a :

$$a = -17 - 10 = -27$$

Получаем:

$$E = (10 - 27 + 17)^2 + (2 - 17 + 15)^2 + (3 - 15 + 27)^2 = 0^2 + 0^2 + 15^2 = 225$$

Ответ: 225

~2 Рассмотрим квадратный трёхчлен $f(x) = x^2 + ax + b$.

По условию неравенство $f(x) \geq -\frac{9}{10}$ выполняется для всех x .

Значит, что график функции не опускается ниже уровня $-\frac{9}{10}$.

1. Площадь под графиком указывает на то, что дискриминант $D = a^2 - 4b$ должен быть ≤ 0 , чтобы $f(x)$ не имел действительных корней.

2. Значит, что функция не опускается ниже уровня $f(x)$ имеет минимум, и его значение не меньше $-\frac{9}{10}$.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

2. Рассмотрим функцию в её канонической форме:

$$f(x) = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + b - \frac{a^2}{4}$$

Минимум достигается в точке $x = -\frac{a}{2}$, а его значение:

$$\min = b - \frac{a^2}{4} \quad +$$

Из условия следует, что: $b - \frac{a^2}{4} \geq -\frac{9}{10}$, тогда:

$$b \geq \frac{a^2}{4} - \frac{9}{10} \quad +$$

С учётом выполнения $f(x) \geq -\frac{1}{4}$?

По смыслу a и b — целые числа, то: $\frac{a^2}{4} - \frac{9}{10}$ соответствует некоторой верхней границе для b .

Проверим значение $f(x)$ при минимуме:

$$b - \frac{a^2}{4} \geq -\frac{9}{10} > -\frac{1}{4}$$

То есть при $b = \frac{a^2}{4} + K$, где $K \geq -\frac{9}{10}$ не показано!

Таким образом, $f(x)$ будет больше $-\frac{1}{4} \Rightarrow$ для всех действительных x выполняемо $f(x) \geq -\frac{1}{4}$ т.е. д