

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
20	14.03	Хижиева	
Шифр			142106

1/2/3/4/5/Σ
7/1/7/5/-/205

№1

$$x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy \quad | \cdot 3$$

$$3x^2 + 3y^2 = 10xy$$

$$3x^2 + 3y^2 - 10xy = 0$$

$$3x(x-3y) - y(x-3y) = 0$$

$$(3x-y)(x-3y) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} 3x-y=0 \\ x-3y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{3}y \text{ (не удовл. усл } x > y) \\ x = 3y \end{cases} \quad \checkmark \Rightarrow x = 3y, \text{ то}$$

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{3y+y}{3y-y} = \frac{4y}{2y} = 2$$

Ответ: 2

№2

при минимальных a, b, c :

$$1^2 + 2^2 + 3^2 = 14 \quad (< 21)$$

$$1 + 2 + 3 = 6 \quad (< 7), \text{ то к одному из чисел к числам}$$

надо увеличить, чтобы они были ~~21~~ = 21, то максимально

увеличить сумму квадратов можно прибавив число

все наибольшему из них (c), тогда прибавить надо

минимум $1^2 + 2^2 + c^2 = 21$

$$a=1, b=2$$

$$c^2 = 16 \Rightarrow c = 4, \text{ так как это минимальные значения}$$

параметров при которых $a(a^2+b^2+c^2 \geq 21)$ и их сумма минимальна,

то

$$a+b+c = 1+2+4 = 7 \quad (\text{удовлетворяет } a+b+c \geq 7)$$

это

верный
ответ

15

719?

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№3

$$a_n = 1 + \frac{2^{n^3}}{n^4} - \frac{2^n}{n^3} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 + 2n^3 - 2n - 1}{n^4} = \frac{(n^4-1) + 2n(n^2-1)}{n^4} =$$

$$= \frac{(n^2-1)(n^2+1) + 2n(n^2-1)}{n^4} = \frac{(n^2-1)(n^2+1+2n)}{n^4} = \frac{(n-1)(n+1)^3}{n^4} \quad \checkmark \text{ То}$$

подставим это в выраж. $a_1 a_2 a_3 \dots a_{99}$:

$$\frac{(2-1)(2+1)^3 (3-1)(3+1)^3 (4-1)(4+1)^3 \dots (99-1)(99+1)^3}{2^4 \cdot 3^4 \cdot 4^4 \cdot 5^4 \dots 99^4} =$$

$$= \frac{1 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 3^3 \cdot 3 \cdot 4^3 \cdot 4 \cdot 5^3 \dots 98 \cdot 100^3}{2^4 \cdot 3^4 \cdot 4^4 \cdot 5^4 \dots 99^4} = \frac{100^3}{8 \cdot 99} = 1262 \frac{62}{99}$$

Ответ: $1262 \frac{62}{99}$

№4

$$x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0, \quad p \neq 0$$

$$D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{2p^2}\right) = p^2 + \frac{2}{p^2} \quad (p^2 \geq 0, \text{ то } D > 0)$$

$$x_1 = \frac{-p - \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-p + \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}}{2}$$

$$x_1^4 + x_2^4 = \left(\frac{-p - \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}}{2} \right)^4 + \left(\frac{-p + \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}}{2} \right)^4 =$$

$$= \frac{4p^4 + 4 - 4p^3 \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}} + \frac{4}{p^4} - 4p^4 + 8 + \frac{4p^3 \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}}{p} + \frac{4}{p^4} + 4p^4 + 8 + \frac{4p^3 \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}}{p} + \frac{4}{p^4}}{16} =$$

$$= \frac{16p^4 + 24 + \frac{8}{p^4}}{16} = p^4 + 1,5 + \frac{1}{2p^4} \quad \text{То}$$

$$x_1^4 + x_2^4 = \left(\frac{-p + \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}}{2} \right)^4 + \left(\frac{-p - \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}}{2} \right)^4 =$$

$$= \frac{4p^4 + 4 - 8p^3 \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}} + 4 + \frac{4}{p^4} - \frac{8 \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}}{p} + 4p^4 + 8 + 8p^3 \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}} + \frac{8 \sqrt{p^2 + \frac{2}{p^2}}}{p}}{16} =$$

$$= p^4 + 2 + \frac{1}{2p^4} \quad \checkmark \text{ То подставим в выраж } x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \frac{1}{2p^4}$$

$$p^4 + 2 + \frac{1}{2p^4} \geq 2 + \frac{1}{2p^4} \Rightarrow p^4 + \frac{1}{2p^4} \geq \sqrt{2} \quad \checkmark$$

$$\frac{2p^8 + 1}{2p^4} \geq \sqrt{2} \Rightarrow 2p^8 + 1 \geq 2\sqrt{2}p^4$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$2r^8 + r^8 + 0,5 \geq r^8 \sqrt{2}$, и т.к. степени r чётные, то
 отрицательные и положительные ~~з~~ ~~и~~ ~~прирав~~ рассмотрим
 только от 0 до $+\infty$ (т.к. симетр. относ. нулю) (т.к. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ -
 симетрично относ. 0), то рассмотрим промежутки от
 0 до 0,5 и от 0,5 до $+\infty$, тогда r уменьш
 $r^8 + 0,5 \geq r^8 \sqrt{2}$ (т.к. $\sqrt{2} \approx 1,5$, макс 3
 $\sqrt{2} \approx 1,5$, то $r^8 + 0,5 \geq 1,5r^8$, при r стремящ к 1 не
 будет серб сильного отклонения, то $r \approx 1$
 $1^8 + 0,5 \geq 1,5 \cdot 1^8$
 $1,5 \geq 1,5$
 если $r > 1$, то r^8 будет сильно возраст. возр. и

50

чт д.