Шифр 08069

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
12	21.03	Коренкова Е.Е.	[illegible]

1	2	3	4	5	Σ
4	4	0	4	0	12

№ 1

$x = 3^{2023}$; $x^2 = 3^{4046}$

$y = 5^{1012}$; $y^2 = 5^{2024}$

$(x^2 - xy + y^2 + 3xy) - 3xy$

$(x+y)^2 - 3xy$

$(x+y+\sqrt{3xy})(x+y-\sqrt{3xy})$

Данное число можно разложить на множители, следовательно оно составное. $\sqrt{xy}$ – целое, нет?

№ 2

$t^4 - 2\sqrt{13}\cdot t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = 0$

$\sqrt{13} = x$; $13 = x^2$

$((t^2)^2 - 2xt^2 + x^2) + t - x = 0$

$((t^2 - x)^2 - t^2) + t^2 - t - x = 0$

$(t^2 - x - t)(t^2 - x + t) + (t^2 - x + t) = 0$

$(t^2 - x + t)(t^2 - x - t - 1) = 0$

$t^2 - x + t = 0$

$t^2 - \sqrt{13} + t = 0$

$D = 1 + 4\sqrt{13}$

$$\left[\begin{array}{l} t = \frac{-1+\sqrt{1+4\sqrt{13}}}{2} \\ t = \frac{-1-\sqrt{1+4\sqrt{13}}}{2} \end{array}\right.$$

Место для скобы

Шифр 08069

№2

$t^2 - t - x + 1 = 0$

$t^2 - t - \sqrt{13} + 1 = 0$

$D = 1 + 4\sqrt{13} - 4 = -3 + 4\sqrt{13}$

$\left[\begin{array}{l} t = \dfrac{1 - \sqrt{-3+4\sqrt{13}}}{2} \\ t = \dfrac{1 + \sqrt{-3+4\sqrt{13}}}{2} \end{array}\right.$

2 корня?

№3

$\frac{x}{100} \cdot m_1 + \frac{y}{100} \cdot m_2 = \frac{30}{100} (m_1 + m_2)$

$\frac{x}{100} \cdot m_1 = \frac{20}{100} (m_1 + z$

$\frac{x}{100} \cdot m_1 + \frac{y}{100} \cdot m_2 = \frac{p}{100} (x + y + z)$

$m_1, m_2, z?, x, y?$

что это? p?

$x m_1 + y m_2 = 30 (m_1 + m_2)$

процентов? проценты от процентов?

$\begin{cases} x m_1 = 20 (m_1 + z) \\ y m_2 = 20 (m_2 + z) \end{cases}$

$x m_1 + y m_2 = p (x + y + z)$

$30 (\underbrace{m_1 + m_2}_{t}) = p (\underbrace{x + y}_{t} + z)$

$m_1 + m_2 = t$

$30 (m_1 + m_2) = 20 (m_1 + m_2 + 2z)$

$p (m_1 + m_2 + z) = 20 (m_1 + m_2 + 2z)$

$pt + pz = 20t + 40z$

$30t = p(x + y + z)$

$30t = 20(t + 2z) \quad 10t = 40z \Rightarrow t = 4z$

$p(x + y + z) = 20(t + 2z)$

№3

$pt + pz = 20t + 40z$

$4pz + pz = 80z + 40z$

$5pz = 120z$

$5p = 120$

$p = 24$

Ответ. 24%

№4

$0 < a < \frac{1}{2}$

$0 < b < \frac{1}{2}$

$0 < a + b < 1$

$-1 < a + b - 1 < 0$

$0 < a \cdot b < \frac{1}{4}$

$0 < a^2 < \frac{1}{4}$

$0 < b^2 < \frac{1}{4}$

$0 < a^2 + b^2 < \frac{1}{2}$

$0 < a^2 + b^2 + ab < \frac{3}{4}$

~~$0 < a^2 + b^2 + ab - 1 < \frac{1}{4}$~~

$b^2 - a^2 > b - a$

$(\underset{?0}{b - a})(\underset{\vee 0}{b + a - 1}) > 0$

$\left.\begin{array}{l} b + a - 1 < 0 \\ (b-a)(b+a-1) > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow (b - a) < 0$

$\left.\begin{array}{l} b - a < 0 \quad ?,\ ? \\ (b-a)(b^2 + ab + a^2 - 1) > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow (b^2 + ab + a^2 - 1) < 0$ Это надо док-ть!

Это тоже док-ся далее?

$b^3 - a^3 > b - a$

$(b-a)(b^2 + ab + a^2) - (b - a) > 0$

$(b-a)(b^2 + ab + a^2 - 1) > 0$

$(\underbrace{b^2 + a^2}_{<\frac{1}{2}}) + (\underbrace{ab}_{<\frac{1}{4}} - 1) < 0$

∓