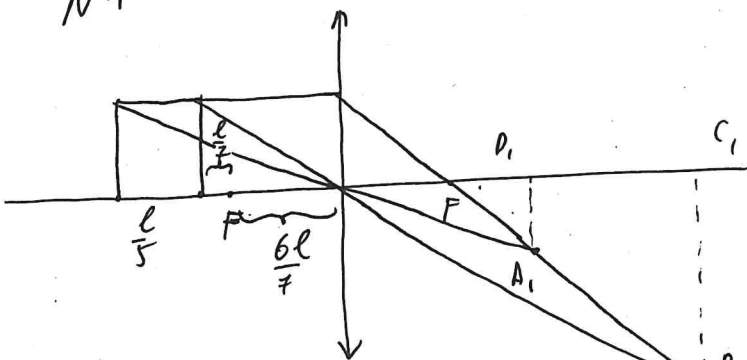


Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
435.		Червонская А.С.	А.С.

N 1



Пусть $CD=y$, а расстояние от C до линзы l . Тогда $\Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1} = \frac{f_1}{y+l} = 2,5$; откуда $f_1 = 2,5(y+l)$

$\Gamma_2 = \frac{f_2}{d_2} = \frac{f_2}{l} = 6$; откуда $f_2 = 6l$

Из формулы тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1} = \frac{2,5}{2,5(y+l)} + \frac{1}{2,5(y+l)} = \frac{7}{5(y+l)}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{d_2} = \frac{6}{6l} + \frac{1}{6l} = \frac{7}{6l}$$

Тогда $F = \frac{5(y+l)}{7} = \frac{6l}{7}$. Откуда $5y = l$; $y = \frac{l}{5}$

Получим $f_1 = 2,5(y+l) = 2,5(\frac{l}{5} + l) = \frac{5}{2} \cdot \frac{6l}{5} = 3l$

$f_2 = 6l$. Тогда $CD_1 = 6l - 3l = 3l$. Пусть $AD=x$, тогда

из условия $A_1D_1 = 2,5x$; $B_1C_1 = 6x$. $A_1B_1C_1D_1$ - трапеция

$$S_{A_1B_1C_1D_1} = \frac{A_1D_1 + B_1C_1}{2} \cdot CD_1 = \frac{2,5x + 6x}{2} \cdot 3l = \frac{17x}{4} \cdot 3l = \frac{51xl}{4} = \frac{255xl}{20}$$

$S_{ABCD} = x \cdot \frac{l}{5} = \frac{xl}{5} = \frac{4xl}{20}$. Площади относятся так: $\frac{\frac{255xl}{20}}{\frac{4xl}{20}} = \frac{255}{4} = 63,75$

Ответ: ~~63,75~~ 63,75 раза. ✓ 205

12. Пусть ускорения a , скорости v_1 и v_2 , скорости, когда первый корабль пересечет точку пересечения траекторий v_{1k} , ~~и~~ а у второго v_{2k} . Пусть это случится в момент времени t . Кораблю первому до точки 8 миль, а второму 10 миль. В момент времени t скорости кораблей $v_{1k} = v_1 + at$; $v_{2k} = v_2 + at$. Тогда из условия о расстоянии не менее 1 км получим:

$$\begin{cases} \frac{v_{1k}^2 - v_1^2}{2a} = 8 \\ \frac{v_{2k}^2 - v_2^2}{2a} \leq 9 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{(v_1 + at)^2 - v_1^2}{2a} = 8 \\ \frac{(v_2 + at)^2 - v_2^2}{2a} \leq 9 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2v_1 at + a^2 t^2}{2a} = 8 \\ \frac{2v_2 at + a^2 t^2}{2a} \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2v_1 t + at^2 = 16 \\ 2v_2 t + at^2 \leq 18 \end{cases} \quad \text{Подставим } v_1 = 8, v_2 = 10 \text{ получим:}$$

$$\begin{cases} 16t + at^2 - 16 \geq 0 \\ 20t + at^2 - 18 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} at^2 + 16t - 16 = 0 \\ at^2 + 16t - 16 + 4t - 2 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} at^2 + 16t - 16 = 0 \\ t \leq \frac{1}{2} \\ t \geq 0 \text{ (т.к. время)} \end{cases}$$

Рассмотрим $f(t) = at^2 + 16t - 16$. Заметим, что $f(0) < 0$ значит если $a > 0$, то $f(t) = 0$ будет иметь корень на отрезке $[0; \frac{1}{2}]$. Если $f(\frac{1}{2}) \geq 0$: $a \frac{1}{4} + 16 \frac{1}{2} - 16 \geq 0 \Rightarrow \frac{a}{4} \geq 8 \Rightarrow a \geq 32$. Если $a \leq 0$, то $t = 1$ не входит в $[0; \frac{1}{2}]$. Если $a < 0$, то $f(t) = 0$ будет иметь корень на $[0; \frac{1}{2}]$ в двух случаях.

$$\text{Либо } \begin{cases} 0 \leq t_0 \leq \frac{1}{2} \\ f(\frac{1}{2}) \leq 0 \end{cases} \quad \text{Либо } \begin{cases} t_0 > 0 \\ f(\frac{1}{2}) \geq 0 \end{cases} \quad \text{где } t_0 - \text{верш. параболы.}$$

$$\begin{cases} 0 \leq -\frac{8}{a} \leq \frac{1}{2} \wedge a \leq 16 \\ a \leq 32 \end{cases} \quad \begin{cases} -\frac{8}{a} > 0 \\ a \geq 32 \end{cases} \quad \begin{cases} a < 0 \\ a \geq 32 \end{cases} \Rightarrow a \in \emptyset$$

но при $a \leq -16$ $D = 256 + 64a < 0$ и корней не будет. Значит если первый корабль первый и пересечет точку пересечения траекторий, то

2 СТРАНИЦА

$[a \geq 32]$

Аналогично можно расчитать если второе корабль
 первым пересечет точку пересечения траекторий. 08266

$$\begin{cases} \frac{v_{1к}^2 - v_1^2}{2a} \leq 7 \\ \frac{v_{2к}^2 - v_2^2}{2a} = 10 \end{cases} \begin{cases} 2v_1 t + at^2 \leq 14 \\ 2v_2 t + at^2 = 20 \end{cases} \begin{cases} at^2 + 16t - 14 \leq 0 \\ at^2 + 20t - 20 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} at^2 + 20t - 20 - 4t + 6 \leq 0 \\ at^2 + 20t - 20 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4t \geq 6 \\ at^2 + 20t - 20 = 0 \end{cases} \begin{cases} t \geq 1.5 \\ at^2 + 20t - 20 = 0 \end{cases}$$

$$at^2 + 20t - 20 = 0$$

$$D = 400 + 4 \cdot 20 \cdot a = 400 + 80a \geq 0 \rightarrow a \geq -5$$

Условие не имеет корней.

При $a = -5$: $\begin{cases} t \geq 1.5 \\ -5t^2 + 20t - 20 = 0 \end{cases} \begin{cases} t \geq 1.5 \\ t^2 - 4t + 4 = 0 \end{cases} t = 2$

Но если $a = -5$, то ~~второй~~^{первый} корабль развернется в другую сторону к моменту времени $t = 2$, а ~~первый~~^{второй} в момент времени $t = 2$ остановится.

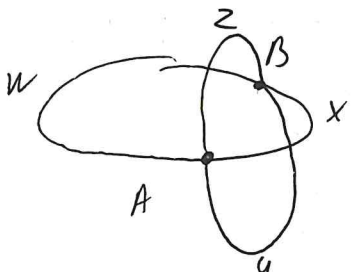
Значит $a \geq 32$, т.е. $a = 32$ - наименьшее ускорение удовлетворяющее условиям задачи.

Ответ: 32,0 $\frac{\text{мм}^2}{\text{с}^2}$. — 138

НЧ. Из условия длина дуги $x: \frac{1}{4} \cdot 2\pi r = \frac{\pi r}{2}$.

Потому $AB = 2r \cdot \sin\left(\frac{\frac{\pi r}{2}}{2r}\right) = \sqrt{2} r$. Из теоремы синусов и так как вписанный угол вдвое меньше дуги, то угол опирающийся на $x: \frac{360^\circ}{4} \cdot \frac{1}{2} = 45^\circ$.

Потому $w = \frac{3}{4} \cdot 2\pi r = \frac{3\pi r}{2}$ Из тех же соображений, как была найдена длина AB .
 $z = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r = \frac{\pi r}{2}$
 $y = \frac{3}{4} \cdot 2\pi r = \frac{3\pi r}{2}$
 $x = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r = \frac{\pi r}{2}$



Пусть сопротивление кольца R , тогда
 $\rho \frac{l}{S} = \rho \frac{2\pi r}{S} = R$, откуда сопротивление:

$$R_x = \frac{R}{4} \quad R_z = \frac{R}{4}$$

$$R_y = \frac{3R}{4} \quad R_w = \frac{3R}{4}$$

Ну при подключении к АВ источника напряжения на дурах x, y, z и w будут равны, так как разность потенциалов между А и В одна для всех x .

Значит все они параллельны между собой.

Тогда $\frac{1}{R_w} + \frac{1}{R_z} + \frac{1}{R_y} + \frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_{\text{общ}}}$

$$\frac{4}{3R} + \frac{12}{3R} + \frac{12}{3R} + \frac{4}{3R} = \frac{1}{R_{\text{общ}}}$$

$$\frac{32}{3R} = \frac{1}{R_{\text{общ}}} \quad R_{\text{общ}} = \frac{3R}{32}$$

Значит сопротивление между А и В меньше сопротивления одного кольца в $\frac{32}{3}$ раз.

Ответ: в $\frac{32}{3}$ раз.

205

13 Пусть прошло n циклов. Температуры в первом сосуде t'_n , во втором t''_n . Каждый температуру в первом сосуде (после установ. тем. равновесия) по закону сохранения

$$m_{\text{взвн1}} \cdot c_{\text{взвн1}} \cdot (t'_{n+1} - t'_n) = m_{\text{взвн2}} \cdot c_{\text{взвн2}} \cdot (t''_n - t'_{n+1})$$

$$3 \cdot 4200 (t'_{n+1} - t'_n) = 1 \cdot 900 (t''_n - t'_{n+1}) \quad (\text{без размерностей})$$

$$14 t'_{n+1} - 14 t'_n = t''_n - t'_{n+1} \rightarrow 15 (t'_{n+1} - t'_n) = t''_n - t'_n \quad \text{То есть:}$$

$$t'_{n+1} = t'_n + \frac{t''_n - t'_n}{15}$$

Теперь температура бруска t'_{n+1} .
Из закона сохранения энергии

$$m_{\text{Ac}} \cdot c_{\text{Ac}} (t''_{n+1} - t'_{n+1}) = m_{\text{Воды}} \cdot c_{\text{Воды}} (t''_n - t''_{n+1})$$

Поскольку вначале (при $n=0$) $t'' > t'$ то при любой n это будет верно ($t''_n > t'_n$) пока они не сравняются.
Подставим числа:

$$900 (t''_{n+1} - t'_{n+1}) = 4 \cdot 4200 (t''_n - t''_{n+1})$$

$$t''_{n+1} - 3t'_{n+1} = 56(t''_n - t''_{n+1})$$

$$59t''_{n+1} = 56t''_n + 3t'_{n+1}$$

$$59(t''_{n+1} - t''_n) = 3(t'_{n+1} - t''_n)$$

$$t''_{n+1} - t''_n = \frac{3(t'_{n+1} - t''_n)}{59}$$

$$t''_{n+1} = t''_n + \frac{3(t'_{n+1} - t''_n)}{59} \quad t_0' = 10(^{\circ}\text{C}); t_0'' = 79(^{\circ}\text{C})$$

После n процессов: $t_1 = t'_n$; $t_2 = t''_n$

$$\text{После } n \text{ процессов: } t_1 = t'_n + \frac{t''_n - t'_n}{15}; t_2 = t''_n + \frac{3(t'_{n+1} - t''_n)}{59}$$

Где t_1 и t_2 температуры в 1 и 2 мерзурках.

Получив эту зависимость построим таблицу
зависимости температур от номера пройденных
процессов (процесс = чики) (см. стр 6)



Процесс	t_1	t_2
0	10	90
1	$\frac{46}{3}$	$\frac{5086}{59} \sim 86,203$
2	$\sim 20,058$	$\sim 82,84$
3	$\sim 24,243$	$\sim 79,86$
4	$\sim 27,951$	$\sim 77,221$
5	$\sim 31,236$	$\sim 74,883$
6	$\sim 34,146$	$\sim 72,812$
7	$\sim 36,724$	$\sim 70,977$
8	$\sim 39,001$	$\sim 69,351$
9	$\sim 41,024$	$\sim 67,911$
10	$\sim 42,817$	$\sim 66,635$
11	44,405	65,505
12	45,812	64,504
13	47,058	63,617
14	48,162	62,831
15	49,14	62,135
16	50,006	61,518
17	50,773	60,972
18	51,453	60,488
19	52,055	60,059
20	52,589	59,679
21	53,062	59,342
22	53,481	59,044
23	53,852	58,78
24		
25		
26		
27		
28		

Разница температур $\sim 4,93^\circ\text{C} < 5^\circ\text{C}$ после
23 циклов

Ответ: 23 цикла *205*