

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
110	23.03.24	Генерина	

1/2/3/4/5
2/5/0/3/4

№

$$\cos(2x) + \cos^{2023}(2x) + 2024 \cdot \cos^{2025}(2x) = \sin(x) + \sin^{2023}(x) + 2024 \cdot \sin^{2025}(x)$$

Верно всегда!

1) $\cos 2x = \sin x$ 2) $\cos^{2023}(2x) = \sin^{2023}(x)$ 3) $2024 \cos^{2025}(2x) = 2024 \sin^{2025}(x)$

Все три уравнения сводятся к одному уравнению (1)

$$\cos^2 x - \sin x = 0$$

$$1 - 2\sin^2 x - \sin x = 0$$

$$-2t^2 - t + 1 = 0 \quad | \quad y^2 + \eta - 2 = 0$$

$$2t^2 + t - 1 = 0 \quad | \quad \eta_1 = -2 \quad \eta_2 = 1$$

$$t_1 = -1 \quad t_2 = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = -1 \quad \sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = 1 - 1)^k \arcsin \frac{1}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 1 - 1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = 1 - 1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

30

Место для скобы

№1
 Давайте возьмем число абст - четир. число
 в виде отношения было минимальным, первые
 две цифры должны быть минимальными, то
 есть $a \geq 1$ и $b \geq 0$; а остальные цифры должны
 быть максим. значения. Произведем 98,98,88

$$\frac{1098}{19} \approx 57,84$$

$$\frac{1098}{18} \approx 61$$

$$\frac{1088}{18} \approx 60,5$$

20

Ответ: 1099

Итого: 20

№2

1) $0 < x < \frac{1}{2}$; $0 < y < \frac{1}{2}$

* $0 < x < \frac{1}{2}$

+ $0 < y < \frac{1}{2}$

$0 < x+y < 1 \Rightarrow x+y < 1$

$0 < x < \frac{1}{2}$

$0 < y < \frac{1}{2}$

$0 < x+y < 1$

⇓

$x > y$

2) $y^2 - x^2 > -x(1-y)$

$x^2 - y^2 < y - y^2$

$(x-y)(x+y) - (y-y^2) < 0$

$(x-y)(x+y+1) < 0$

⇓

$x+y < 1 \Rightarrow x+y-1 < 0 \Rightarrow x-y > 0 \Rightarrow x > y$

$$\sqrt{2} \quad 3) \quad y^3 - x^3 > y - x \quad (1-1-1)$$

$$x^3 - y^3 < x - y$$

58

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) - (x-y) < 0$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2 - 1) < 0$$

⇓

$$x - y > 0; \text{ т.к. } x > y$$

$$x^2 + xy + y^2 - 1 < 0$$

$$x^2 + xy + y^2 < 1$$

$$x^2 + 2xy + y^2 - xy < 1$$

$$(x+y)^2 - xy < 1$$

$$0 < xy < \frac{1}{4}$$

$$0 < x+y < 1$$

?

$$(x+y)^2 - xy < 1$$

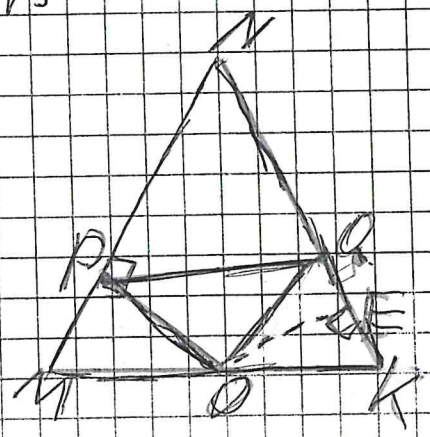
$$xy < \frac{1}{4}$$

Несовместно, рис.

$$(x+y)^2 < \frac{5}{4}$$

№5

Решение.



Точки P и Q лежат на окружности
 центр которой является серединой
 MK. На большей радиусе $R = \frac{1}{2}MK$
 На меньшей радиусе r - радиус окруж-
 ности, вписанной в $\triangle MNK$

$$S_{\triangle} = 1$$

$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 1$$

$$a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$R = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = OK$$

58

Место для скобы

Шифр

08474

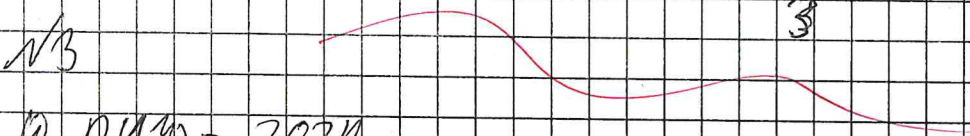
$\frac{OQ}{OK} = \sin 60^\circ$
 $\frac{OQ}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $OQ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}$

$z \lll R$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \lll \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \lll \frac{\sqrt{24}}{3}$

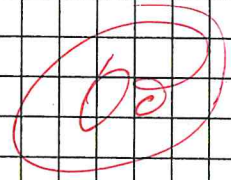
Отсюда: $\sqrt{3} \lll PQ \lll 2 \frac{\sqrt{24}}{3}$



① $P(144) = 2024$

монета в банке
в бухгалтерские
управление

$\alpha_1 \cdot 12^2 + \alpha_2 \cdot 12 + \alpha_0 = 2024$



② $P(101)$ монета в банк только

линейная
уравнение

$\alpha_2 \cdot 10^2 + \alpha_0 = 2024$

т.к. $|\alpha_2| \leq 999$, то $\alpha_2 \leq 11$
и 3) следовательно, число $\alpha_2 \leq 11$