Шифр 09066

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

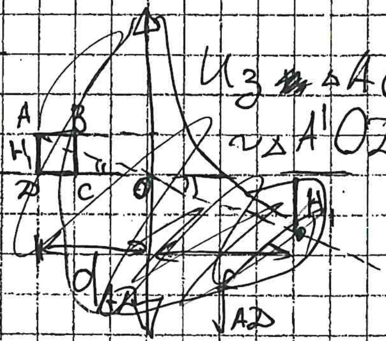
Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
7 б.		Червинская А.С	Чер

(51)

$\Gamma_1 = 2{,}5$

$\Gamma_2 = 6$

$\frac{S'}{S} - ?$



$\Gamma_1 = \frac{A'D}{AD}$ $\quad \Gamma_2 = \frac{CB'}{CB}$

Из $\triangle AOD \sim \triangle A'OD'$: $\Gamma_1 = \frac{OD'}{OD}$, $\Gamma_2 = \frac{OC'}{OC}$,

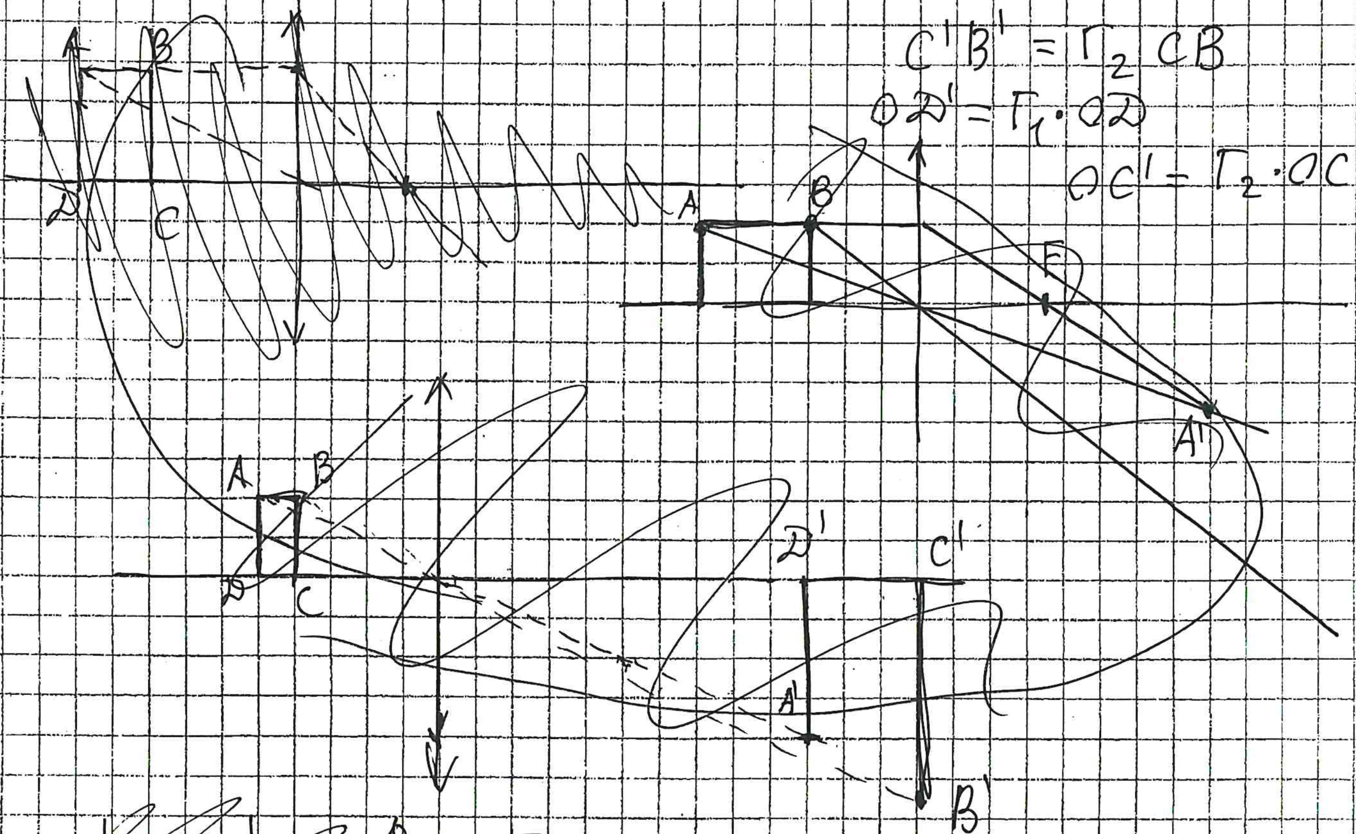
т.к $\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}$

$A'D' = \Gamma_1 AD$

$C'B' = \Gamma_2 CB$

$OD' = \Gamma_1 \cdot OD$

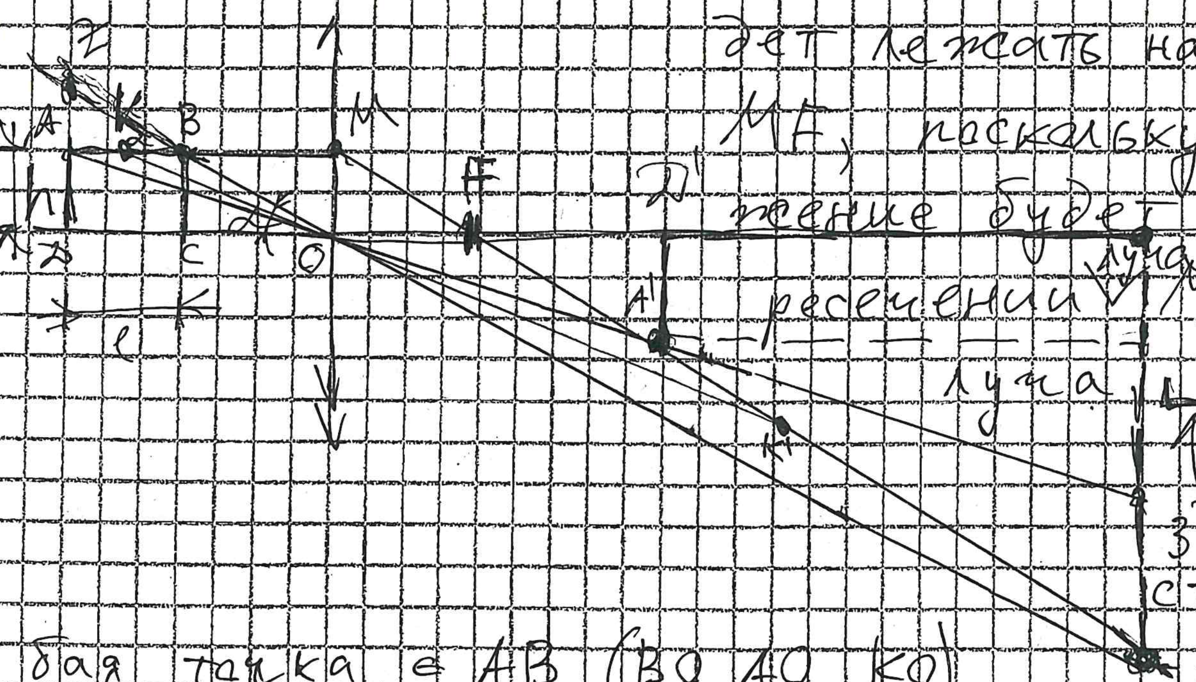
$OC' = \Gamma_2 \cdot OC$



$\cancel{\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}}$

$\cancel{\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}}$

Полученное изображение будет прямоугольной трапецией, т.к проведем луч MF, где F - фокус линзы. Тогда изображение каждой точки ~~...~~ AB бу-



дет лежать на луче MA, поскольку изображение будет на пересечении луча MF и луча O

здесь может стоять любая точка $\in AB$ (BO, AO, KO)

Площадь изображения: $S = (D'C')\cdot \frac{A'D' + B'C'}{2}$

$$D'C' = -OD' + OC' = OC\cdot Г_2 - OD\cdot Г_1$$

Фор-ла тонкой линзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{DO} + \frac{1}{OD'}$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{CO} + \frac{1}{OC'}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{F} = \frac{1}{DO} + \frac{1}{Г_1\cdot OD} \\ \frac{1}{F} = \frac{1}{CO} + \frac{1}{Г_2\cdot CO} \end{cases}$$

$$\frac{1+Г_1}{Г_1\cdot OD} = \frac{1+Г_2}{Г_2\cdot CO}$$

$$(1+Г_1)Г_2 CO = Г_1\cdot OD(1+Г_2)$$

$$CO = OD\,\frac{Г_1(1+Г_2)}{Г_2(1+Г_1)} \quad (*)$$

$$D'C' = OD\left(Г_1\frac{1+Г_2}{1+Г_1} - Г_1\right) = OD\cdot Г_1\,\frac{Г_2-Г_1}{1+Г_1}$$

$$S' = OD\cdot Г_1\cdot\frac{Г_2-Г_1}{1+Г_1}\cdot\frac{Г_1 AD + Г_2\cdot BC}{2}$$

$AD = BC = h$

-скобы

Шифр 09066

$S = AD \cdot (DO - CO) \qquad AD = BC = h$

$S = h \cdot l$

$(*)$:

$$S = h \cdot \left(DO - DO\,\frac{r_1(1+r_2)}{r_2(1+r_1)}\right) = \boxed{h \cdot DO\left(1 - \frac{r_1(1+r_2)}{r_2(1+r_1)}\right)}$$

$$S' = OD \cdot r_1\,\frac{r_2 - r_1}{1 + r_1} \cdot \frac{r_1 + r_2}{2} \cdot h$$

$$S = h \cdot DO\,\frac{r_2 + \cancel{r_2 r_1} - r_1 - \cancel{r_1 r_2}}{r_2(1+r_1)} = \frac{r_2 - r_1}{r_2(1+r_1)}\,h \cdot DO$$

$$\frac{S'}{S} = r_1\frac{\cancel{(r_2 - r_1)}}{\cancel{(1+r_1)}} \cdot \frac{r_1 + r_2}{2} \cdot \frac{r_2\cancel{(1+r_1)}}{\cancel{(r_2 - r_1)}}$$

$$\boxed{\frac{S'}{S} = r_1 r_2\,\frac{r_1 + r_2}{2}} = \overset{3}{\cancel{6}} \cdot 2{,}5\,\frac{6 + 2{,}5}{\cancel{2}} = 7{,}5 \cdot 8{,}5 =$$

$= 63{,}75$ — Ответ

200

②

a_M - ?

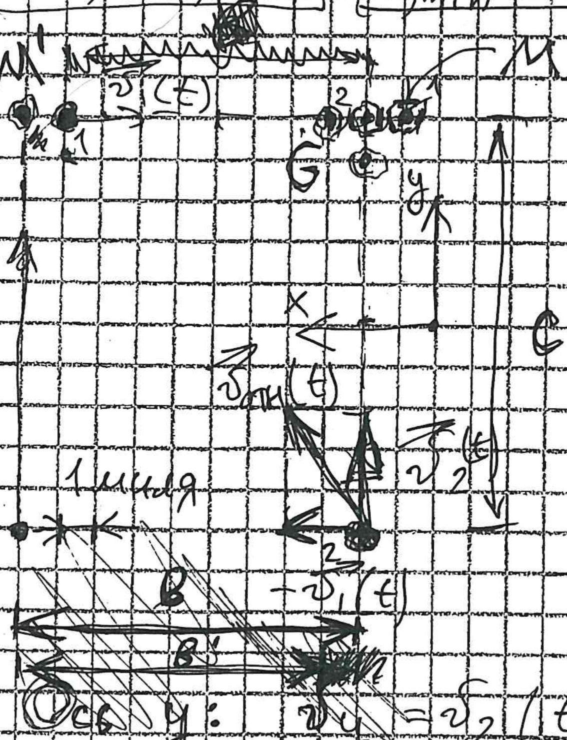
$v_1, v_2, b \mid (a)_{min}$ - ?

1-й корабль

~~1-й случай, если ...~~

$\cancel{b = v_1 t + \frac{at^2}{2}}$

$\cancel{c = v_2 t + \frac{at^2}{2}}$



Перейдем в с.о. 1-го корабля, тогда 2-й должен доплыть до точки M'. З-н слож. ск-ей:

$\vec v_2(t) = \vec v_1(t) + \vec v_{отн}(t)$

$\vec v_{отн}(t) = \vec v_2(t) - \vec v_1(t)$

Ось y: $v_y = v_2(t)$ Ось x: $v_x = v_1(t)$

x: $b = v_1 t + \frac{at^2}{2}$ y: $c = v_2 t + \frac{at^2}{2}$

$\frac{at^2}{2} = b - v_1 t$ $\frac{at^2}{2} = c - v_2 t$

$b - v_1 t = c - v_2 t$

$t(v_2 - v_1) = c - b$

$$\boxed{t = \frac{c-b}{v_2 - v_1}}$$

$\cancel{c = v_2 \frac{c-b}{v_2 - v_1}}$

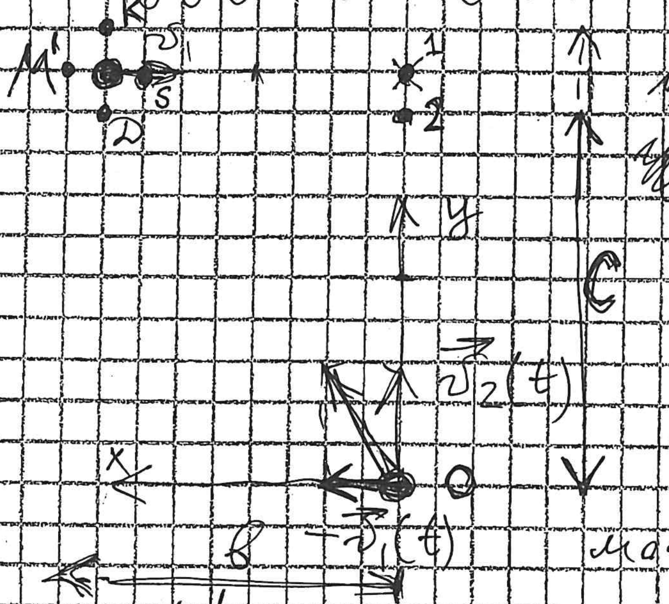
$$\boxed{a = \cancel{2\frac{b - v_1 t}{t^2}} = 2\frac{c - v_2 t}{t^2}}$$

2-й случай, если 1-й корабль в т. G:

~~аналогично 1:~~

$$\cancel{t_2 = \frac{c - b'}{v_2 - v_1}}$$

$$\cancel{a_2 = 2\frac{c - v_2 t_2}{t_2^2}}$$



Всего 4 случая, куда может приплыть 1 корабль в т. M', K, S, D.

с - коорд. точки приплытия на оси y

в - коорд. точки прил. на оси x.

$$(c-в)=\begin{cases} 11-8=3 & -K \\ 10-7=3 & -S \\ 10-9=1 & -M' \\ 9-8=1 & -D \end{cases}$$

$t_K = \frac{3 \text{ миль ч}}{10-8 \text{ миль}} = \frac{3}{2}$ ч. $= t_S$

$a_K = 2\frac{11 - 10\cdot\frac{3}{2}}{\frac{9}{4}} = -\frac{32}{9}$ $\frac{\text{миль}}{\text{ч}^2}$

$a_S = 2\frac{10-10\cdot\frac{3}{2}}{\frac{9}{4}} = -\frac{40}{9}$

$t_{M'} = t_D = \frac{1}{2} = 0,5$ ч.

$a_{M'} = 2\frac{10 - 10\cdot 0,5}{0,5^2} = 40$

$a_D = 2\cdot\frac{9-10\cdot 0,5}{0,1} > 0$

Ответ: $a_{min} = -\frac{40}{9} \frac{\text{мим}}{\text{ч}^2} \approx -4{,}44$, Втс

as

$a_{m'} = 40 \frac{\text{милб}}{\text{ч}^2}$ —

12б

4

$\cancel{x = \frac{1}{a}\left(\frac{R}{R_1} - ?\right)}$

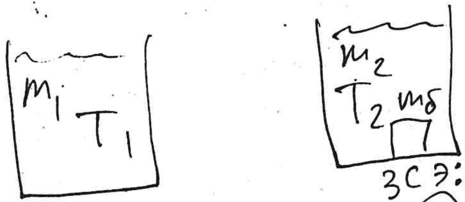
Место для скобы

③

Шифр

$m_1 = 3$ кг
$T_1 = 10°C$
$m_2 = 4$ кг
$T_2 = 90°C$
$m_б = 1$ кг
$\Delta T = 5°C$
$c,\ c_б$

$N - ?$



ЗСЭ: в 1 калориметре $Q_1 + Q_б = 0$

После 1 цикла: $c m_1 (T_1' - T_1) + c_б m_б (T_1' - T_2) = 0$

$T_1' (c m_1 + c_б m_б) = c_б m_б T_2 + c m_1 T_1$

$$T_1' = \frac{c_б m_б T_2 + c m_1 T_1}{c m_1 + c_б m_б}$$

2 цикл 1 калорим: $c m_1 (T_1'' - T_1') + c_б m_б (T_1'' - T_2') = 0$

1 цикл 2 калор: $c m_2 (T_2' - T_2) + c_б m_б (T_2' - T_1') = 0$

$T_2' (c m_2 + c_б m_б) = c m_2 T_2 + c_б m_б T_1'$

$$T_2' = \frac{c m_2 T_2 + c_б m_б T_1'}{c m_2 + c_б m_б}$$

$$T_1'' (c m_1 + c_б m_б) = c m_1 T_1' + c_б m_б \frac{c m_2 T_2 + c_б m_б T_1'}{c m_2 + c_б m_б}$$

$$T_1'' = \frac{c m_1 T_1'}{c m_1 + c_б m_б} + c_б m_б \frac{c m_2 T_2 + c_б m_б T_1'}{(c m_2 + c_б m_б)^2}$$

Место для скобы

Шифр

$$\left.\begin{aligned} cm_1 &= \alpha \\ cm_2 &= \beta \\ c_б m_б &= \gamma \end{aligned}\right\} const$$

1 цикл: $\alpha(T_1'-T_1)+\gamma(T_1'-T_2)=0$

$$T_1'(\alpha+\gamma)=T_1\alpha+T_2\gamma$$

$$(*)\quad T_1'=\frac{T_1\alpha+T_2\gamma}{\alpha+\gamma};\quad \Delta T_1=T_1'-T_1=\frac{\cancel{T_1\alpha}+T_2\gamma-\cancel{T_1\alpha}-T_1\beta}{\alpha+\beta}=\frac{T_2\gamma-T_1\beta}{\alpha+\beta}$$

$$\beta(T_2'-T_2)+\gamma(T_2'-T_1')=0$$

$$T_2'(\beta+\gamma)=\beta T_2+\gamma T_1'$$

$$T_2'=\frac{\beta T_2+\gamma T_1'}{\beta+\gamma};\quad \Delta T_2=T_2'-T_2=\frac{\beta T_2+\gamma T_1'-\beta T_2-\gamma T_2}{\beta+\gamma}$$

2 цикл: $\alpha(T_1''-T_1')+\gamma(T_1''-T_2')=0$

$$T_1''=\frac{T_1'\alpha+T_2'\gamma}{\alpha+\gamma}$$

$$\Delta T_1'=T_1''-T_1'=\frac{T_1'\alpha+T_2'\gamma-T_1\alpha-T_2\gamma}{\alpha+\gamma}=$$

$$=\frac{\alpha(T_1'-T_1)+(T_2'-T_2)\gamma}{\alpha+\gamma}$$

(*)

$$T_1''=\frac{1}{\alpha+\gamma}\left(\alpha\frac{T_1\alpha+T_2\gamma}{\alpha+\gamma}+\gamma\frac{\beta T_2+\gamma T_1'}{\beta+\gamma}\right)=$$

10б

$$=\frac{1}{\alpha+\gamma}\Big($$

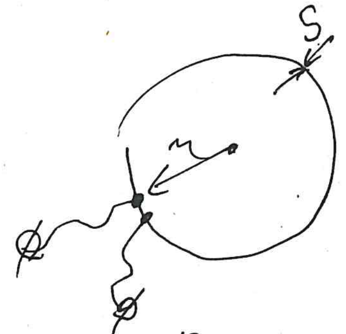
Место для скобы

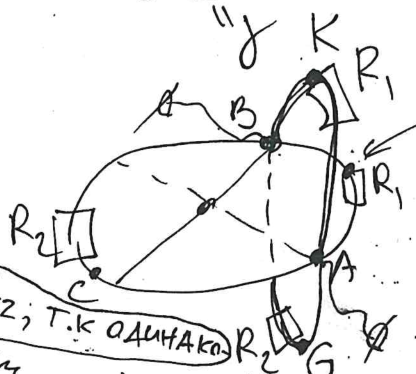
Шифр

$x=\frac{1}{4}2\pi r$ | $\frac{R_0}{R}$ - ? (4)

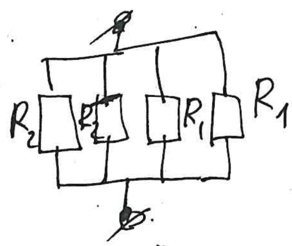
$R=\rho\frac{l}{S}$

$R_0=\rho\frac{2\pi r}{S}=\gamma r$ $\qquad \gamma=\rho\frac{2\pi}{S}$





B



A

$R_{ACB}=R_{AGB}=R_2$, т.к одинаковые сопротив.

$\frac{1}{R}=\frac{2}{R_2}+\frac{2}{R_1}$ – т.к || соед

$R_1=\rho\frac{\frac{1}{4}2\pi r}{S}=\gamma\cdot\frac{1}{4}r$

$R_{AKB}=R_{ANB}=R_1$, т.к одинак сопр

$R_2=\rho\frac{\frac{3}{4}2\pi r}{S}=\gamma\cdot\frac{3}{4}r$

$\frac{1}{R}=\frac{2}{\gamma\cdot3}4\frac{1}{r}+\frac{2}{\gamma}4\frac{1}{r}=\frac{8}{\gamma}\left(\frac{1}{3}+1\right)\frac{1}{r}=\frac{32}{\gamma\cdot3}\frac{1}{r}$

$\boxed{\frac{R_0}{R}=\frac{\gamma r\cdot32}{\gamma\cdot3r}=\frac{32}{3}}$ – Ответ.

v 20б

(5)

Место для скобы

Шифр

$L \times L = 10 \times 10$ см

$H = 1$ см

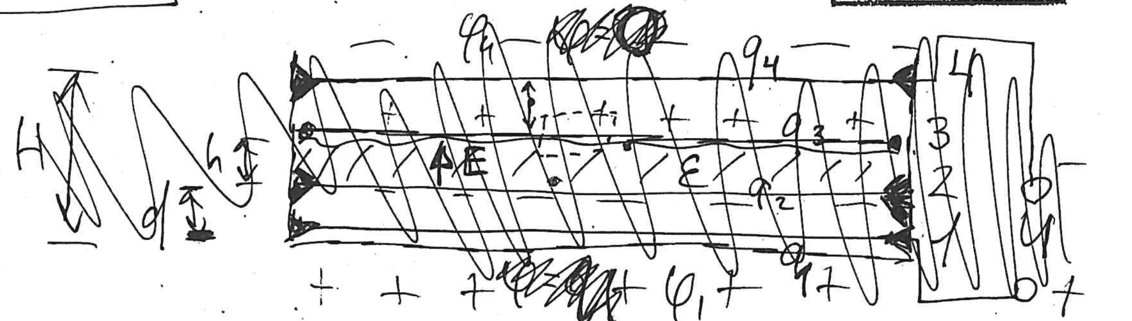
$d = 2$ мм

$h = 4$ мм

$\varepsilon = 4$

$E = 20\ \frac{кВ}{мм}$

$V - ?$



$\varphi_4 - \varphi_4 = U$

$\varphi_1 = \varphi_{41} + \varphi_{31} + \varphi_{21}^{+0} = E_{41} H + E_{31}(h+d) + E_{21} d$

$E_3 = |E_2| = |E_3| \Longleftarrow$

ЗСЗ: $0 = q_2 + q_3 \Rightarrow q_2 = -q_3 \left|\frac{1}{S}\right. \Rightarrow \sigma_2 = -\sigma_3 \Rightarrow E_2 = -E_3$

~~Поле от ∞ пластины: $E_{41} = \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = \frac{q_4}{2\varepsilon_0 S} = const$, $E_{31} = \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} = E_3$; $E_{21} = E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{-\sigma_3}{2\varepsilon_0}$~~

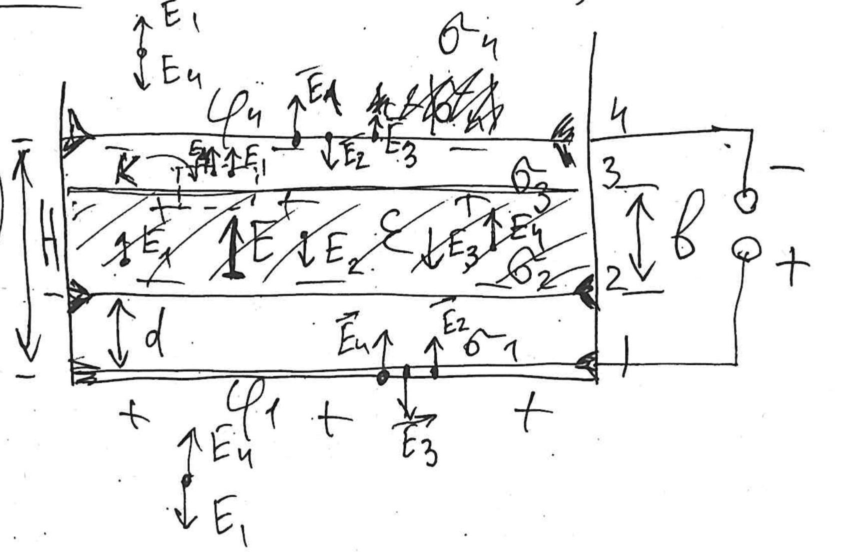
~~$\varphi_4 = \varphi_{14} + \varphi_{24} + \varphi_{34} + 0 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} \cdot H - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}(H-d) + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}(H-h-d) = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 H - \sigma_3 h)$~~

~~$\varphi_4 = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_4 H + \sigma_3(h+d) - \sigma_3 d) = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_4 H + \sigma_3 h)$~~

~~$U = \varphi_1 - \varphi_4 = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_4 H + \sigma_3 h - \sigma_1 H + \sigma_3 h)$ (*)~~

~~$\varphi_1 = E_4 H + E_3$~~

$E_1, E_2, E_3, E_4, \sigma_4, \sigma_3, \sigma_2, \sigma_1$ — модули



Место для скобы

Шифр

$$\varphi_1 = E_4 H - E_{32}(b+\cancel{d}) + \cancel{E_{32} d} =$$
$$= E_4 H - E_{32} b$$
$$\varphi_4 = -E_1 H + \cancel{E_{32}(H-d)} - E_{32}(\cancel{H-d} - b) =$$
$$= -E_1 H + E_{32} b$$
$$U = \varphi_1 - \varphi_4 = E_4 H - E_{32} b + E_1 H - E_{32} b =$$
$$= -2E_{32} b + (E_4 + E_1) H$$

По принципу суперпозиции $\vec{E}$: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_{32} + \vec{E}_2 + \vec{E}_4$

$$E = |E_1 - E_{32} - E_{32} + E_4| = |(E_1 + E_4) - 2E_{32}| \quad (*)$$
$$E_{32} = \frac{\pm E + E_1 + E_4}{2}$$
$$U = -2b\,\frac{(E_1+E_4) \pm E}{2} + (E_4 + E_1) H$$

ЗСЗ: до подкл U: $\sum q = 0$

после подкл: $\sum q = |q_1| + q_4|$

$$|q_1| - |q_4| = 0 \Rightarrow |q_1| = |q_4| = q_0 \Rightarrow |\sigma_1| = |\sigma_2| = \sigma_0$$
$$\Rightarrow |E_1| = |E_4| = E_0$$
$$E_1 + E_4 = 2E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$$

Контур К по т. Гаусса: $2E_0 S \varepsilon_0 \pm$

$$\pm E S \varepsilon_0 \varepsilon = q_3 \quad \Big| \frac{1}{S}$$
$$\sigma_3 = 2E_0 \varepsilon_0 \pm E \varepsilon \varepsilon_0$$

(A): $E = |2E_{23} \mp 2E_0| = \left|2\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} \mp 2E_0\right|$

$$\Rightarrow E_0 = \frac{\pm E + \sigma_3/\varepsilon_0}{2}$$
$$2E_0 = \pm E + 2E_0 \pm E\varepsilon$$

Место для скобы

Шифр

$2E_0 = E + 2E_0 + E\varepsilon$

$4E_0 = E(1+\varepsilon)$

$E_0 = \frac{E}{4}(1+\varepsilon)$

$\cancel{2\frac{E}{4}(1+\varepsilon)(H-b)+Eb}$

$U = 2\frac{E}{4}(1+\varepsilon)H + b\left(-2\frac{E}{4}(1+\varepsilon)+E\right) \Big| \cdot 2$

$2U = E(1+\varepsilon)H + b(-E + E\varepsilon + 2E)$

$\boxed{b = \frac{2U - E(1+\varepsilon)H}{E(\varepsilon+1)}}$ – Ответ.

$\boxed{V = (b-h)\cdot L^2}$

13б