

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
19		Емельянов	Ем
Шифр			040109

№1

$x > y$

$x > 0$

$y > 0$

$$x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy$$

1) $x^2 + y^2 - \frac{10}{3}xy = 0$

$$x^2 + y^2 - \frac{8}{3}xy - \frac{1}{3}xy = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2xy - xy - \frac{1}{3}xy = 0$$

$$(x-y)^2 = \frac{1}{3}xy$$

$$\frac{x+y}{x-y} = 2 \quad / \cdot 2$$

$$\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} = 2^2$$

находим

$$(x-y)^2 = \frac{1}{3}xy, \quad (x+y)^2 = \frac{16}{3}xy$$

$$\frac{\frac{16}{3}xy}{\frac{1}{3}xy} = 2^2$$

$$2^2 = 4$$

$$2 = 2$$

$$\text{или } 2 = -2 \quad (\text{не подходит так как } \frac{x+y}{x-y} > 0)$$

См. прим. 2.

1	2	3	4	5	Σ
7	2	1	5	-	19

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

043100

№ 3.

$$a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^2} - \frac{1}{n^3} = \frac{n^3 + 2n^2 - 2n - 1}{n^3} = \frac{(n^2-1)(n+1) + 2n(n^2-1)}{n^3}$$

$$= \frac{(n^2-1)(n^2+2n+1)}{n^3} = \frac{(n+1)(n-1)(n+1)^2}{n^3} = \frac{(n+1)^3(n-1)}{n^3}$$

$$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{99} = \frac{(2+1)^3}{2^3} \cdot \frac{(3+1)^3}{3^3} \cdot \frac{(4+1)^3}{4^3} \cdot \dots \cdot \frac{(99+1)^3}{99^3}$$

$$\frac{(97+1)^3}{97^3} \cdot \frac{(98+1)^3}{98^3} \cdot \frac{(99+1)^3}{99^3} = \frac{1}{2^3} \cdot \frac{(100)^3}{99^3} = \frac{1000000}{8 \cdot 99^3} = \frac{500000}{4 \cdot 99^3} = \frac{250000}{2 \cdot 99^3}$$

$$= \frac{125000}{99^3}$$

Омблен: $\frac{125000}{99^3}$

№ 2.

$$\begin{cases} a \geq 1 \\ b \geq 2 \\ c \geq 3 \end{cases}$$

$$1) a^2 + b^2 + c^2 \geq 21$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc \quad (\text{неравенство})$$

$$a + b + c \geq 6 \quad / \cdot 2$$

$$\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \sqrt{a^2 b^2} = ab \quad (\text{ср. ариф.} \geq \text{ср. гарм.})$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc) \geq 36$$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{2} + \frac{b^2 + c^2}{2} + \frac{a^2 + c^2}{2} \geq \sqrt{a^2 b^2} + \sqrt{b^2 c^2} + \sqrt{a^2 c^2}$$

$$\frac{2(a^2 + b^2 + c^2)}{2} \geq ab + bc + ac$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$$

$$21 \geq ab + bc + ac \quad / \cdot 2$$

$$42 \geq 2(ab + bc + ac)$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

уб.ч.

$$x^2 + px + \frac{1}{2p^2}$$

$$\begin{cases} x_1 x_2 = -\frac{1}{2p^2} \\ x_1 + x_2 = -p \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$(x_1^4 + x_2^4) \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$x_1^4 + 2x_1^2 x_2^2 + x_2^4 - 2x_1^2 x_2^2 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$(x_1^2 + x_2^2)^2 - 2(x_1 x_2)^2 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$(x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 - 2x_1 x_2)^2 - 2(x_1 x_2)^2 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2)^2 - 2(x_1 x_2)^2 \geq 2 + \sqrt{2}$$

полагая $x_1 + x_2 = -p$

$$x_1 x_2 = -\frac{1}{2p^2}$$

$$\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{4p^4} \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{p^4 + 1}{p^2}\right)^2 - \frac{1}{2p^4} \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\frac{p^8 + 2p^4 + 1}{p^4} - \frac{1}{2p^4} \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\frac{2p^8 + 4p^4 + 2 - 1}{2p^4} \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$2p^8 + 4p^4 + 1 \geq 4p^4 + 2\sqrt{2}p^4$$

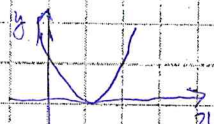
$$2p^8 - 2\sqrt{2}p^4 + 1 \geq 0$$

$$\text{Пусть } p^4 = t$$

$$2t^2 - 2\sqrt{2}t + 1 \geq 0$$

$$D = 8 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 0, 1k.$$

$$a > 0 \Rightarrow \text{«ветви»} \uparrow \Rightarrow$$



интервалу верно

или каждый x?

$$x \geq 0$$

$$x \geq 0$$

не доказано!

?

?