

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
15		Емельянова	Емел
Шифр			043371

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 1 & 7 & 3 & 3 & 1 & 15 \end{array}$$

1. $(1+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$

~~Рассмотрим~~

~~$(1+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2 = 1 + a^2 + b^2 + 4a - 4b - 2ab + 4 + b^2 + c^2 + 4b - 4c$~~

Рассмотрим как сумму квадратов, когда наим. значение мин.

$$\begin{cases} 1+a-b=0 \\ 2+b-c=0 \\ 9+c-a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b=-1 \\ b-c=-2 \\ c-a=-9 \end{cases}$$

$$(a-b) + (b-c) + (c-a) = -1 - 2 - 9 = -12 \neq 0$$

Оценка мин. Пусть:

$$a=x; b=x+1; c=x+9.$$

$$S = (1+x-(x+1))^2 + (2+(x+1)-(x+9))^2 + (9+(x+9)-x)^2 = 0^2 + 0^2 + 18^2 = 324.$$

2. Найти сумму:

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) \text{ где } x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ корни } Q(x)$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 = 0 \text{ т.к. } x_1 \text{ - корень } Q(x)$$

$$1) P(x_1) = (x_1^2(x_1^3 - 4x_1^2 + 1) - x_1 + 506) = -x_1 + 506.$$

$$2) P(x_2) = (x_2^2(x_2^3 + x_2^3 - 4x_2^2 + 1) - x_2 + 506) = -x_2 + 506.$$

$$3) P(x_3) = -x_3 + 506; P(x_4) = -(x_4 + x_2 + x_3 + x_4) + 2024.$$

то по Т. Вьетта $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$, т.к. коэффициент при $x^3 = 1$.

$$\Rightarrow P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -(-1) + 2024 = 2025.$$

$$4. \frac{x_2^{n-1} + x_3^{n-1} + x_4^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}}{n-1} \geq \frac{n-1}{n} \sqrt[n-1]{x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot \dots \cdot x_n}$$

(АМ $\geq$ ГМ) $\Rightarrow x_2^{n-1} + x_3^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} \geq (n-1) \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n \Rightarrow$

$$\Rightarrow x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} \geq (n-1) \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n + x_1^{n-1}$$

Решим обе части $x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n$

$$x_1 \geq (n-1) \cdot \frac{x_1^{n-1}}{x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n} \Rightarrow (x_1 - n + 1) \geq \frac{x_1^{n-1}}{x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$$

Повтор для остальных $x_2, x_3, \dots, x_n$ и то получится?

5. α - плоскость BDD_1B_1 . $AC \perp \alpha$, т.к. перпендикулярна 2-м пересекающимся BD и BB_1

$AC \perp BD$ диагональ кв

$BB_1 \perp$ на $ABCD \Rightarrow BB_1 \perp$ на AC

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

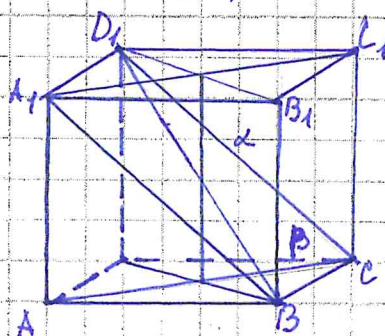
Шифр

013211

проводим $A_1B \parallel CD_1$ B - это пл. A_1BCD_1

пл α и пл B перес. по прямой BD_1

Чтобы нам найти линейный угол двугранного угла между плоскостями, надо в каждой плоскости провести прямую перпендикулярную к линии пересечения.



$AK \perp BD_1$

$DM \perp BD_1$

$KF \parallel DM$

$\angle AKF$ - исконый.

$$3. x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 = \cos\left(\frac{x^2 + \sqrt{2x^2 - 4}}{18}\right)$$

Ввод замен: $t = \sqrt{x^2 + 1}$ тогда: $t^2 - 6t + 11 = \cos\left(\frac{t^2 + \sqrt{2t^2 - 5}}{18}\right)$
функция $t^2 - 6t + 11$ изм. $[1, 5]$, а $\cos y - 6 \in [-1, 1]$
решение возможно.

при $x = 2$ получ. $t = \sqrt{5}$ верное равенство $x = 2$.

$$\frac{x^2 + \sqrt{2x^2 - 4}}{18} = 2 \pi k$$

$$x^2 + \sqrt{2x^2 - 4} = (4 + 36 \pi k) = 18 + 144 \pi k$$

$$x = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{18 + 144 \pi k}}{2}$$

при $k=0$ получаем $x=2$
(найденное ранее)

Ответ:

бесконечно много решений выражения через

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{18 + 144 \pi k}}{2}$$

$$k \in \mathbb{Z} \quad k \geq -\frac{1}{8\pi}$$