

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
17		Емельянов	Емельянов
Шифр			043200

$$17 \quad (7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2 = 17$$

минимальное выражение числа "0" тогда пусть

$$b+c-a=0$$

$$c=a-b, \text{ подставим } (7+a-b)^2 + (2+b-a+b)^2 = (7+a-b)^2 + (1+b-a)^2$$

$$\text{получим } 1+b-a=0$$

$$b=a-1, \text{ тогда } (7+a-a+1)^2 = 182$$

Ответ: 324

2

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 - x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$x^4 - x^3 - 4x^2 + 1 = 0$ - уравнение имеет корни x_1, x_2, x_3, x_4

$$P(x) = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506$$

$$P(x_1) = x_1^2 \cdot Q(x_1) - x_1 + 506, Q(x_1) = 0, \text{ тогда}$$

$$P(x_1) = -x_1 + 506, \text{ так же}$$

$$P(x_2) = -x_2 + 506$$

$$P(x_3) = -x_3 + 506$$

$$P(x_4) = -x_4 + 506$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 506 \cdot 4 = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 2024$$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$ по теореме Виета

$$\text{тогда } P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 2025$$

$$x^3 \quad \frac{x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2x} - 4}{18}}{18} = 0$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2x} - 4}{18}$$

042200

Рассмотрим левую часть уравнения

$$f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \sqrt{x^2+1}^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 10$$

Введем замену $\sqrt{x^2+1} = t > 0$

$$f(t) = t^2 - 6t + 10$$

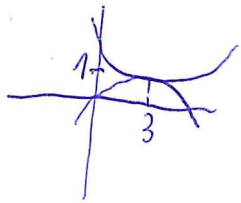
найдем наименьшее значение $f(t) = 750$

вершина параболы

$$t_0 = 3 \quad f(3) = 9 - 18 + 10 = 1$$

значит $x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11$ - наименьшее значение равно 1

Правая часть $-1 \leq \cos \frac{x^2 + \sqrt{2x} - 4}{18} \leq 1$, тогда если уравнение имеет решение, то правая и левая часть должны равняться 1.



$$\sqrt{x^2+1} = 3$$

$$x^2 + 1 = 9$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

$$x = \sqrt{2}$$

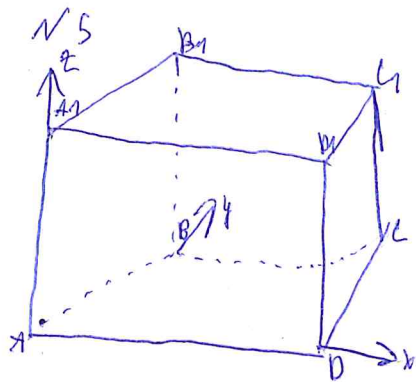
$$\cos \frac{2+2-4}{18} = \cos 0 = 1$$

$$x = -\sqrt{2}$$

$$\cos \frac{2-2-4}{18} \neq 1$$

$$\text{Ответ: } x = \sqrt{2} ?$$

почему выбран этот корень?
проверка?



Пусть $\vec{n}_1 \perp \alpha, \vec{n}_2 \perp \beta \Leftrightarrow$
 $\cos(\alpha, \beta) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)|$

В качестве $\vec{n}_1$ можно принять
 $\vec{A_1C} = \vec{AC} = (1; 1; 0)$

Пусть $\vec{n}_2$ им координаты (p, q, z)

т.к. $CD \parallel \beta$, то $\vec{n}_2 \perp \vec{CD}$

$$\vec{CD} = D - C = (1; 0; 1) - (1; 1; 0) = (0; -1; 1)$$

$$\vec{n}_2 \perp \vec{CD} \Rightarrow \vec{n}_2 \cdot \vec{CD} = 0 \Rightarrow -q + z = 0, z = q$$

т.е. $\vec{n}_2$ имеет вид $(p; q; q)$

Пусть $(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{p+q}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+2q^2}}$$

можно считать, что $q=1$

Требуется найти наименьшее $\min |\cos \varphi| = \min \frac{|p-1|}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+2}} = a > 0$
 т.е. требуется найти наименьшее $a, a > 0$ при котором

уравнение $\frac{|p+1|}{\sqrt{2} \sqrt{p^2+2}} = a$ имеет решение p?

несодержащий

$$(p+1)^2 = 2a^2(p^2+2)$$

$$2a^2p^2 + 4a^2 = p^2 + 2p + 1$$

$$p^2(2a^2-1) - 2p + 4a^2 - 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - (2a^2-1)(4a^2-1)$$

$$8a^4 - 6a^2 + 1 - 1 = 0$$

$$2a^2(4a^2-3) \geq 0$$

$a > 0$